

Obxectivos

Nesta quincena aprenderás a:

- Identificar que é un poliedro.
- Determinar os elementos dun poliedro: Caras, arestas e vértices.
- Clasificar os poliedros.
- Especificar cando un poliedro é un prisma ou unha pirámide.
- Distinguir os poliedros regulares convexos tamén denominados sólidos platónicos.
- Construír os poliedros a partir do seu desenvolvemento plano.
- Diferenciar e catalogar algúns sólidos de revolución: Cilindro, Cono e esfera.
- Resolver problemas xeométricos aplicando o Teorema de Pitágoras.

Antes de empezar

1. Poliedros..... páx. 138
 - Definición
 - Elementos dun poliedro
2. Tipos de poliedros..... páx. 140
 - Prismas
 - Prismas regulares
 - Desenvolvemento dun prisma recto
 - Paralelepípedos
 - Pirámides
 - Pirámides regulares
 - Desenvolvemento dunha pirámide recta
 - Poliedros regulares
 - Desenvolvemento de poliedros regulares
 - Relación de Euler
3. Corpos redondos..... páx. 147
 - Cilindro
 - Desenvolvemento dun cilindro recto
 - Cono
 - Desenvolvemento dun cono recto
 - Esfera

Exercicios para practicar

Para saber máis

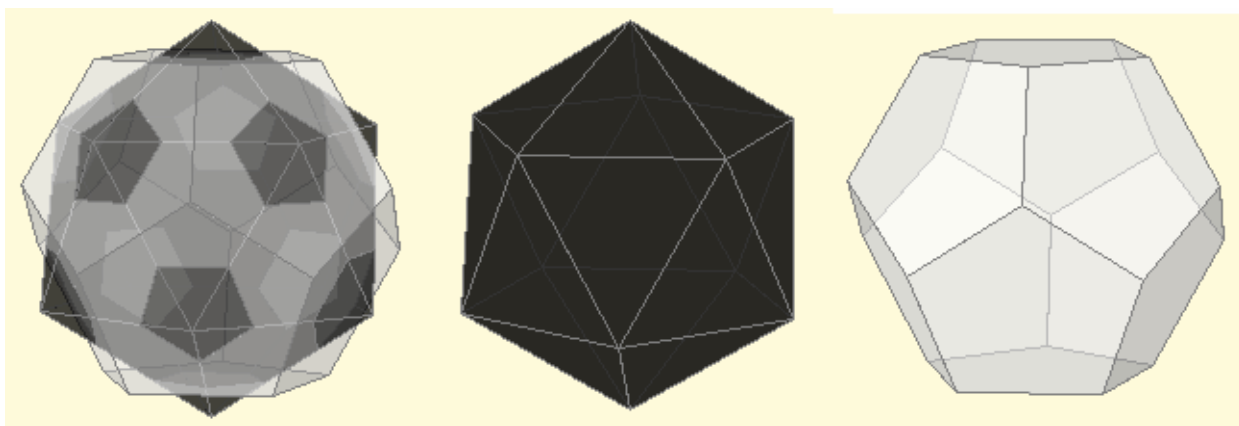
Resumo

Autoavaliación

Solucións

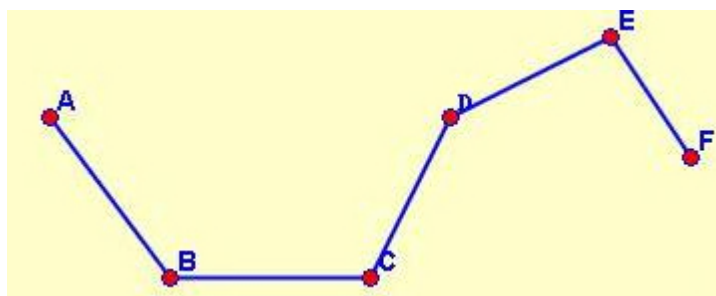
Antes de empezar

Un balón de fútbol pódese construír con polígonos regulares: 12 pentágonos e 20 hexágonos. Aquí podes observar como estes se obteñen ao intersecarse un icosaedro e un dodecaedro.



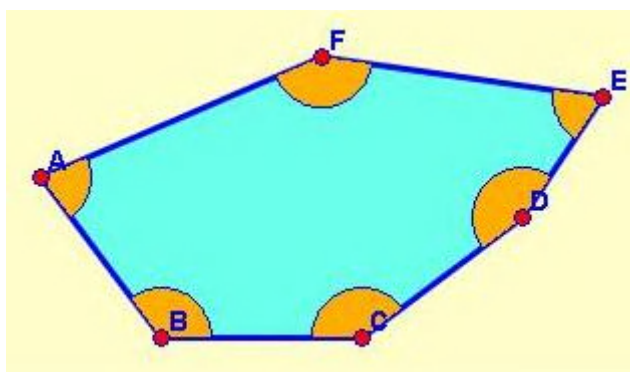
Lembra

Unha **liña poligonal** é un conxunto de **segmentos concatenados** e poden ser: **abertas** ou **pechadas**



Liña poligonal

A **superficie** contida por unha **liña poligonal pechada** chámase **polígono**. Os polígonos poden ser **cóncavos** ou **convexos**

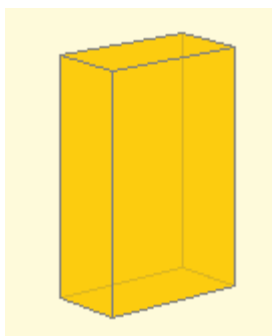


Este polígono é convexo xa que os seus ángulos interiores son menores que 180°

Corpos xeométricos

1. Poliedros

Definición



Un poliedro é un corpo xeométrico tridimensional as caras do cal son polígonos. Cada un deles é unha **cara**.

O significado de **poli** é moito e de **edro** é cara, polo tanto poliedro significa moitas caras.

Na imaxe da esquerda temos un poliedro con seis caras que son

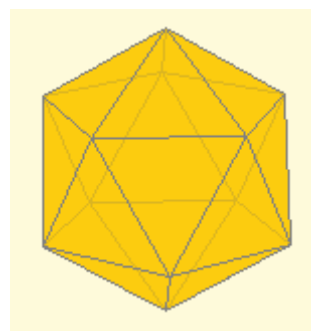
rectángulos.

Pola contra se polo menos unha das superficie que delimitan a un sólido **non** é un polígono entón **non é un poliedro**.

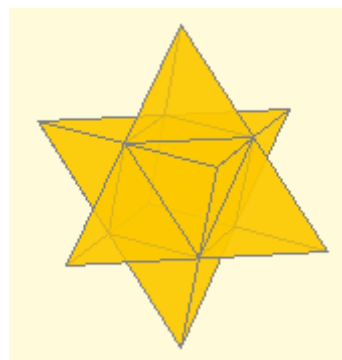


Iso é o que acontece na imaxe da dereita onde a base é un círculo, o que abonda para afirmar xa que non é un poliedro, pero aquí adicionalmente a cara lateral non é plana. (Recorda que un polígono é plano)

Os poliedros poden ser **convexos** ou **cóncavos**. É convexo se todos os ángulos diedros son convexos. Abonda con que un deles sexa maior que un raso para que o poliedro sexa cóncavo.



Poliedro convexo



Poliedro cóncavo

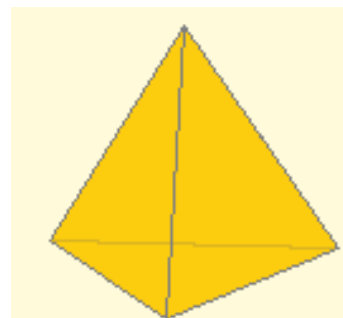
Un **ángulo diedro** é a rexión do espazo delimitada por dous semiplanos.

Un ángulo diedro é **convexo** se é menor que un raso e no caso contrario se di que é **cóncavo**

Exercicio resolto: O poliedro da figura da dereita é o tetraedro e...

- a) todos os tetraedros son convexos
- b) ten catro caras e é cóncavo
- c) é un corpo redondo

Solución: **a)** Por ser todos os ángulos diedros convexos.



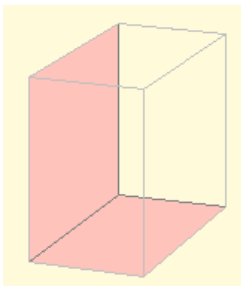
1. Poliedros

Elementos dun poliedro.

Nun poliedro podemos distinguir os seguintes elementos:

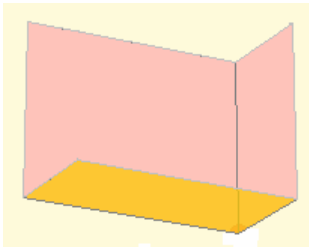
- **Caras:** son os polígonos que forman o poliedro.

Ademais podemos citar os **ángulos diedros** delimitados por dúas caras que se cortan. Hai tantos como **número de arestas**.

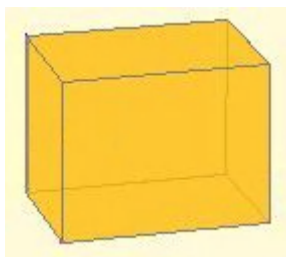


Na figura móstrase un ángulo diedro.

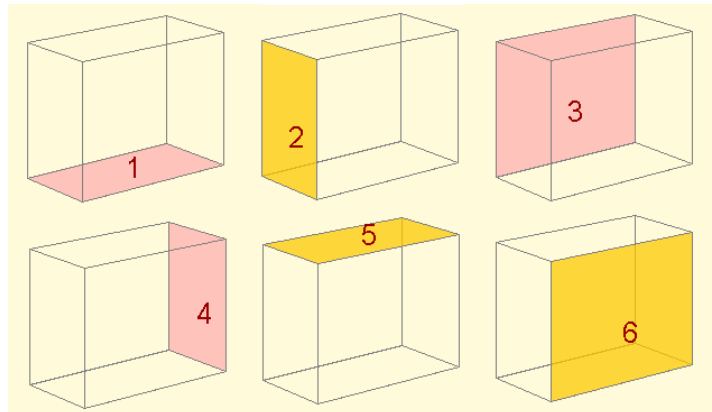
E os **ángulos poliedros** determinados polas caras que inciden nun mesmo vértice. Hai tantos como **número de vértices**.



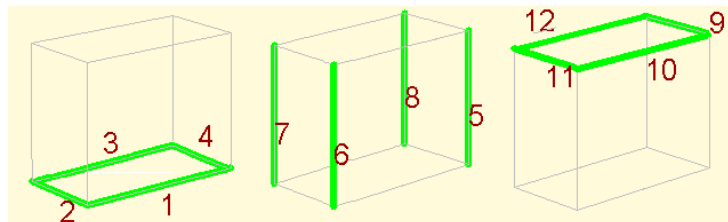
Arriba móstrase un ángulo poliedro.



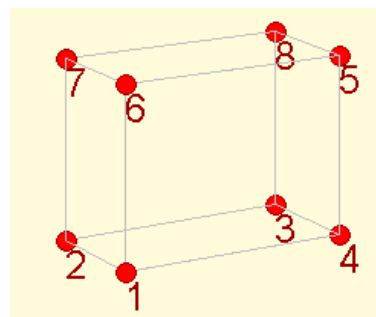
Nesta figura (ortoedro) atopamos **12** ángulos diedros e **8** ángulos poliedros.



- **Arestas:** son os segmentos nos que se intersecan (cortan) as caras.



- **Vértices:** son os puntos onde se intersecan as arestas.



Vértices dun poliedro

Corpos xeométricos

2. Tipos de poliedros

Prismas

Un prisma é un poliedro determinado por:

- as **bases**: dúas caras paralelas que son polígonos iguais.
- tantas **caras laterais**, que son paralelogramos, como lados teñen as bases.

Os prismas **clasifícanse** segundo o número de lados das súas bases: triangular (3 lados), cuadrangular (4 lados), pentagonal (5 lados), hexagonal (6 lados), etc.

A **altura** do prisma é a distancia entre as bases. Se a altura coincide coas arestas laterais o prisma é recto, no caso contrario é oblicuo.

As caras laterais dos prismas rectos son rectángulas.

Un prisma é **convexo** ou **cóncavo** se respectivamente as súas bases son polígonos convexos ou cóncavos.

Prismas regulares.

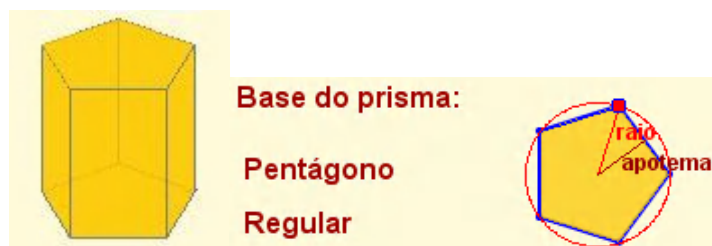
Un prisma recto é **regular** se as súas bases son polígonos regulares.

Lembra:

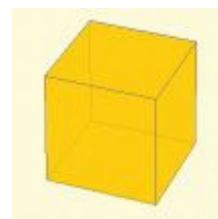
- un polígono é regular se ten todos os seus lados e ángulos iguais.
- todo polígono regular pódese **inscribir** nunha circunferencia

Ao ser regulares as bases podemos **referenciar** o **raio** da circunferencia circunscrita e a **apotema** da base.

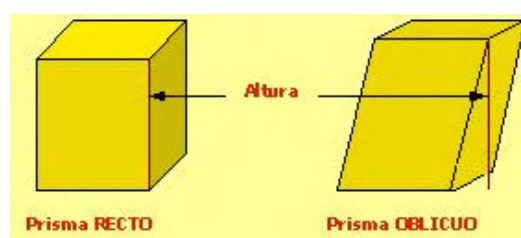
Por exemplo, nun prisma pentagonal regular

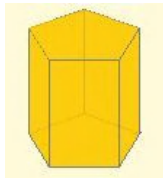


A base é un pentágono regular. Móstrase a apotema e o raio da circunferencia circunscrita

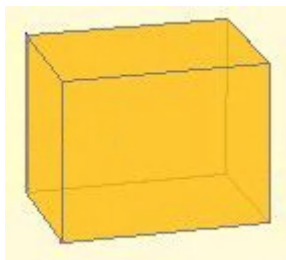
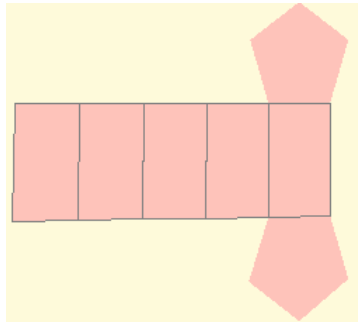


Prisma a base do cal ten 4 lados

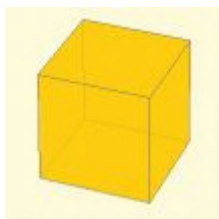




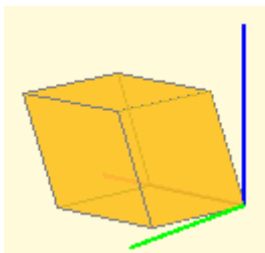
Prisma recto pentagonal e o seu desenvolvemento



Ortoedro: as caras son rectángulos. (Orto=perpendicular; edro=cara)



Cubo: as caras son cadrados. (É un caso particular do ortoedro)



Romboedro: as caras son rombos (As súas 6 caras son iguais)

2. Tipos de Poliedros

Desenvolvemento dun prisma.

Todos os prismas son **desenvolvibles**, é dicir, as súas caras poden situarse nun plano e mediante dobreces pódese construír o prisma.

O desenvolvemento dun prisma recto está composto polas súas dúas bases e por un rectángulo que ten tantas divisións como número de caras laterais.

Na figura da esquerda pódese observar un prisma recto pentagonal e o seu desenvolvemento

Como sería o desenvolvemento dun prisma oblicuo?

Paralelepípedos.

Os paralelepípedos son prismas nos que **todas as** súas caras son paralelogramos.

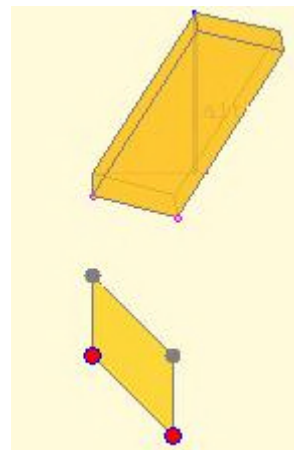
Son prismas **cuadrangulares**.

É **recto** se a altura coincide coas arestas, no caso contrario son **oblicuos**.

Entre eles destacamos catro en particular:

- Ortoedro: as súas caras son rectángulos.
- Cubo: as súas caras son cadrados.
- Romboedro: Todas as súas caras son rombos.
- Romboedro: Todas as súas caras son romboides.

Na figura móstrase este último e un detalle da base.



Preguntas tipo test sobre PRISMAS resoltas

- Nos prismas inclinados:
 - Todas as caras son rectangulares.
 - Algunha cara pode ser un rectángulo.
 - Ningunha cara pode ser rectangular.

b) As caras dos prismas deben ser paralelogramos e en particular pode ter algunha cara rectangular.
- Un ortoedro ten:
 - Todas as súas caras pentagonais.
 - Todas as súas caras iguais.
 - Todas as súas caras perpendiculares entre si.

c) Todas as caras do ortoedro son rectángulos, e polo tanto son perpendiculares.
- Un cubo é:
 - Un pentaedro.
 - Un tetraedro.
 - Un hexaedro.

c) Ten 6 caras. (Lembra: "edro" significa cara e "hexa" seis)
- Todos os prismas teñen:
 - O dobre de vértices que lados ten unha base
 - O mesmo número de vértices que lados ten unha base
 - Tantos vértices como números de lados dunha base máis dous.

a) Os vértices do prisma están nas bases e hai 2 bases.
- Se as caras laterais dun prisma son rectángulos:
 - É recto.
 - É oblicuo.
 - É un ortoedro

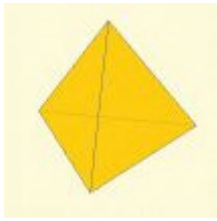
a) A única posibilidade para que todas as caras laterais sexan rectángulos é que o prisma sexa recto.
- Os paralelepípedos:
 - Poden ser prismas triangulares.
 - Han de ser prismas cuadrangulares.
 - Non teñen por que ser prismas cuadrangulares.

b) Para que poida haber paralelismo entre cada par de caras opostas, ha de ser cuadrangular
- Se as bases un prisma son rectángulos:
 - Pode ser un romboedro.
 - É recto.
 - Pode ser oblicuo.

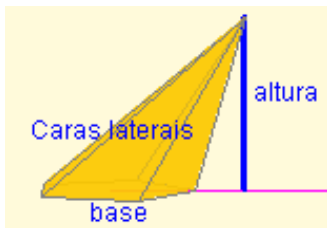
c) A base pode ser rectangular e a altura NON pode coincidir coa aresta.
- Un prisma pentagonal ten:
 - Quince caras, dez arestas e sete vértices.
 - Dez caras, sete arestas e quince vértices
 - Sete caras, quince arestas e dez vértices.

c) O número de caras laterais coincide cos lados das bases. Se lle engadimos as 2 bases o total é 7 caras.

2. Tipos de Poliedros



Pirámide de base triangular



Altura dunha pirámide

Pirámides.

Unha pirámide un poliedro determinado por:

- Unha cara poligonal denominada base.
- Tantas caras **triangulares** como lados ten a base.

O punto onde converxen todos os triángulos denomínase vértice ou cúspide.

A altura dunha pirámide é a distancia do vértice á base.

Unha pirámide é **convexa** ou **cóncava** se a súa base é un polígono convexo ou cóncavo respectivamente.



A definición de pirámide recta ou oblicua é algo máis complexa que no caso dos prismas e é relativa ao centro de gravidade ou centroide do polígono base.

Pirámides regulares.

Unha pirámide é **regular** se todas as caras laterais son iguais.

As caras laterais dunha pirámide regular son triángulos isósceles.

Á altura destes triángulos denomínaselle **apotema** da pirámide.

A base é un polígono regular e polo tanto podemos **identificar** o raio da circunferencia circunscrita e a apotema da base.



A apotema é a altura dos triángulos isósceles das caras da pirámide. **NON** se debe confundir coa altura da pirámide.



Apotema e raio da circunferencia circunscrita nunha pirámide de base cadrada

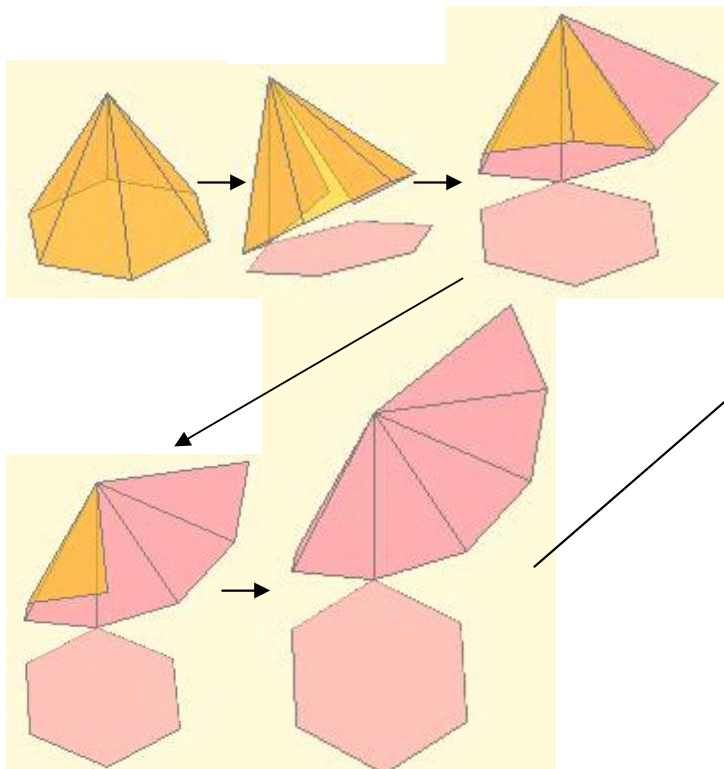
Corpos xeométricos

2. Tipos de poliedros

Desenvolvimento dunha pirámide

Todas as pirámides son desenvolvibles, é dicir, poden as súas caras situarse nun plano e mediante dobreces pódese construír a devandita pirámide.

Nas figuras pódese observar como se pode obter un desenvolvemento dunha pirámide regular.



Desenvolvemento completo dunha pirámide hexagonal

Cuestión: Como sería o desenvolvemento dunha pirámide recta non regular? E o dunha oblicua?

Poliedros regulares.

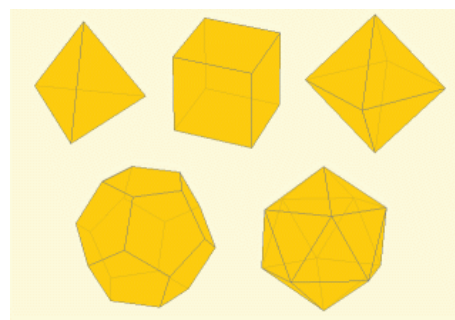
Un poliedro é **regular** se todas as súas caras son iguais e sobre cada vértice inciden o mesmo número de caras e arestas.

Hai só **cinco** poliedros regulares convexos: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Aos poliedros convexos regulares denomínanselles tamén **sólidos platónicos** pois na Grecia clásica foron obxecto de estudo por Platón.

Poliedro regular	Caras	Vértices	Arestas
Tetraedro	4	4	6
Cubo	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Dodecaedro	12	20	30
Icosaedro	20	12	30

Tetraedro Cubo Octaedro



Dodecaedro Icosaedro

Sólidos platónicos

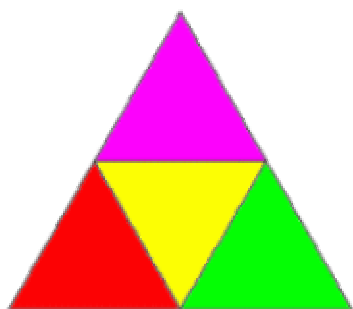
2. Tipos de Poliedros

Desenvolvimento de Poliedros regulares.

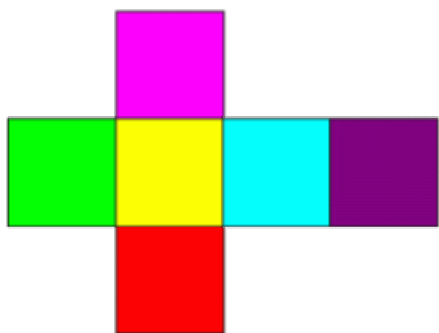
Todos os poliedros son **desenvolvibles**, é dicir, poden as súas caras situarse nun plano e mediante dobreces pódense construír.

Nas figuras podemos observar algúns desenvolvementos posibles de cada un dos poliedros convexos regulares.

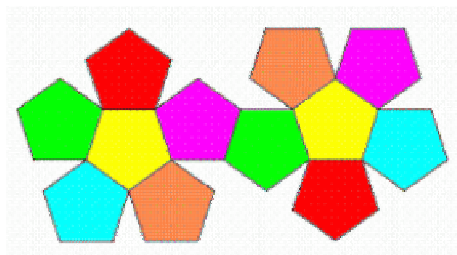
Recorda que os poliedros convexos regulares denomínanse tamén **sólidos platónicos** pois na Grecia clásica foron obxecto de estudo por Platón.



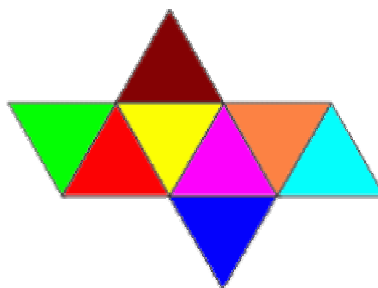
Desenvolvimento do tetraedro



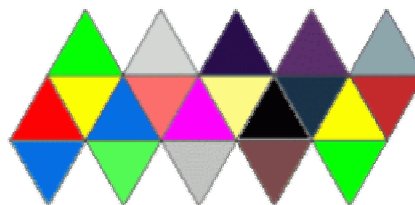
Desenvolvimento do cubo



Desenvolvimento do dodecaedro



Desenvolvimento do octaedro



Desenvolvimento do icosaedro

Preguntas tipo test sobre prismas REGULARES resoltas

1. No octaedro inciden en cada vértice:
 - a. Tres caras.
 - b. Catro caras.
 - c. Cinco caras.
 2. Poliedros regulares con caras triangulares hai:
 - a. Tres.
 - b. Un.
 - c. Dous.
- a) O tetraedro, o octaedro e o icosaedro.

2. Tipos de poliedros

Relación de Euler.

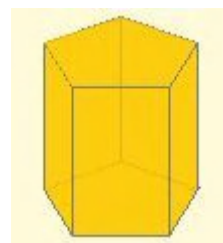
Euler demostrou que nun poliedro se mantén a relación:

$$C + V = A + 2$$

onde C: número de caras, V: número de vértices e A: número de arestas do prisma.



Vemos no exemplo como se cumpre a relación de Euler:



Prisma de base pentagonal:
 $C = 7$; $V = 10$; $A = 15$
 $C + V = 17 = A + 2$

3. Corpos redondos

Cilindro.

Un **cilindro** recto é un corpo de revolución que se obtén ao xirar un rectángulo ao redor dun dos seus lados. A recta na que se sitúa o lado sobre o que xira denomínase **eixo de rotación** e o lado paralelo a el é a **xeratriz**.

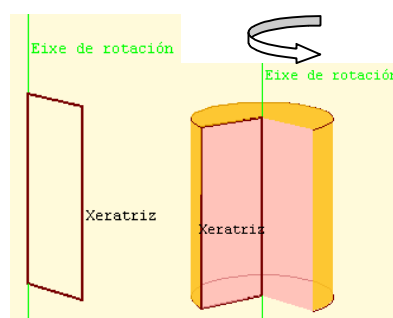
Nun cilindro distinguimos a **superficie lateral** e **dúas bases** que son dous círculos iguais.

A **altura** do cilindro é a distancia entre as dúas bases. Nun cilindro recto a altura e a xeratriz miden o mesmo

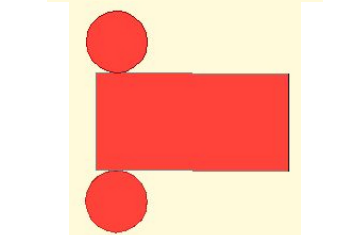
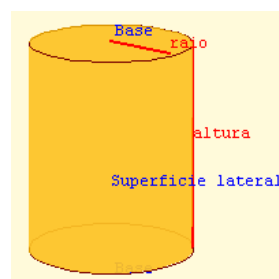
Desenvolvemento do cilindro.

A superficie do cilindro é desenvolvible no plano. Este desenvolvemento componse de:

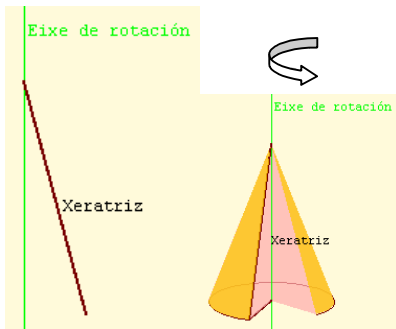
- dous círculos iguais, o raio dos cales é o raio do cilindro: r .
- un rectángulo, a base do cal ten por lonxitude o perímetro do círculo das bases: $2\pi r$, e de altura a do cilindro.



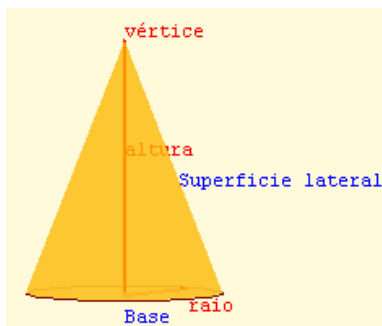
Xeración do cilindro



Desenvolvemento do cilindro



Xeración do cono



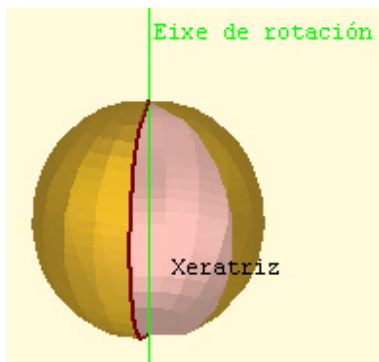
Elementos do cono

Investiga

Como sería o desenvolvemento dun cono inclinado?

Podes consultar nos contidos do "Proxecto: Ol metro" en concreto mira o obxecto 48: "Conos xeneralizados".

http://descartes.cnice.mec.es/web_HEDA/Elmetro/



Xeración da esfera

3. Corpos redondos

Cono.

Un **cono recto** é un corpo de revolución que se obtén ao xirar un triángulo rectángulo ao redor dun dos catetos. A recta na que se sitúa o lado sobre o que xira se denomina **eixe de rotación** e a hipotenusa é a **xeratriz**.

Nun cono distinguimos a **superficie lateral** e a **base** que é un círculo. O punto onde converxen as xeratrices é o **vértice**.

A altura do cono recto é a distancia do vértice á base.

Desenvolvemento do cono.

Un cono é un sólido de revolución que se pode **desenvolver** no plano.

O desenvolvemento da súa cara lateral é un sector circular e a base é un círculo.

O radio do sector circular é a xeratriz do cono e a lonxitude do seu arco é o perímetro da base: $2\pi r$, onde r é o raio desta.



Desenvolvemento do cono

Esfera.

A esfera é un corpo de revolución que se obtén ao xirar un semicírculo (ou un círculo) arredor do diámetro. A recta na que se sitúa este é o eixe de revolución e a semicircunferencia a xeratriz.

A superficie esférica **non é desenvolvable** no plano.

Corpos xeométricos

Preguntas tipo test sobre corpos redondos resoltas

1. Un cono:

- a. Non ten base.
- b. Ten dúas bases.
- c. Ten unha base.

c) Un cono ten unha base que é un círculo.

2. Un cono:

- a. Non ten ningún vértice.
- b. Ten varios vértices.
- c. Ten un vértice.

c) É o punto onde converxen as xeratrices.

3. Un cilindro obtense ao xirar:

- a. Unha circunferencia ao redor dun diámetro.
- b. Un triángulo rectángulo ao redor dun cateto.
- c. Un rectángulo ao redor dun lado.

c) Un cilindro recto é un corpo de revolución que se obtén ao xirar un rectángulo ao redor dun dos seus lados

4. O desenvolvemento da cara lateral do cilindro é:

- a. Dous círculos
- b. Un sector circular
- c. Un rectángulo

c) un rectángulo a base do cal ten por lonxitude o perímetro do círculo das bases: $2\pi r$, e de altura a do cilindro

5. A xeratriz do cono:

- a. É maior que a súa altura.
- b. É igual que a súa altura.
- c. É menor que a súa altura

a) A altura é unha cateto dun triángulo rectángulo, mentres que a xeratriz é a hipotenusa, polo tanto, maior.

6. Un cilindro:

- a. Non ten base.
- b. Ten dúas bases.
- c. Ten unha base.

b) Un cilindro ten dúas bases que son círculos

7. Un cilindro:

- a. Non é un poliedro.
- b. Segundo se mire pode ser un poliedro.
- c. Se é un poliedro.

a) Nun poliedro as caras son polígonos. As bases do cilindro son círculos, que non son polígonos.

8. Ao aumentar o raio dun cono:

- a. Non varía o sector circular do seu desenvolvemento lateral.
- b. Diminúe o sector circular do seu desenvolvemento lateral
- c. Aumenta o sector circular do seu desenvolvemento lateral.

c) a lonxitude do arco é o perímetro da base: $2\pi r$, onde r é o radio desta

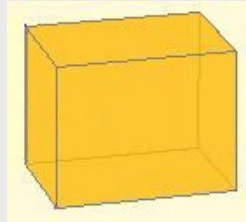
EXERCICIOS resoltos

Prismas, pirámides, poliedros regulares, relación de Euler

Sobre PRISMAS

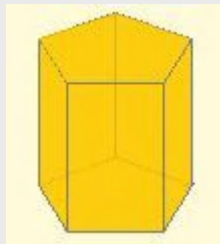
1.1 Debuxa un prisma recto de base rectangular

Ao ser un prisma recto as caras laterais son rectángulos e, posto que as bases son tamén rectángulos o prisma pedido é o da figura: un ortoedro



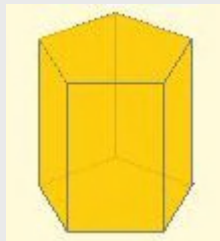
1.2 O número de arestas dun prisma é 15. Que polígonos son as bases?

O número de arestas dun prisma é sempre o triplo das arestas de cada base. Se son 15 entón cada base ten 5. O prisma é pentagonal.



1.3 Un prisma ten 10 vértices. Que polígonos ten por bases?

O número de vértices dun prisma é sempre o dobre dos vértices de cada base. Se son 10 entón cada base ten 5. O prisma é pentagonal.



Sobre PIRÁMIDES

2.1 Debuxa unha pirámide hexagonal regular

Unha pirámide hexagonal ten por base un hexágono, os lados do cal son iguais. As caras laterais serán triángulos isósceles. A pirámide pedida é a da figura, se ben pode ter a altura que queiras, pois a regularidade é pola base.

**Pirámide
Hexagonal
Regular**



EXERCICIOS resoltos (continuación)

2.2 Descubre o polígono da base dunha pirámide se ten 5 vértices.

Unha pirámide ten sempre un vértice máis que os vértices da base. Se en total ten 5, a base ten 4. É unha pirámide cuadrangular.

**Pirámide
Cuadrangular
Regular**



2.3. Descubre o polígono da base dunha pirámide se ten 12 arestas.

Unha pirámide ten o dobre de arestas que lados ten a base. Se en total ten 12 arestas a base é unha hexágono. É unha pirámide hexagonal.

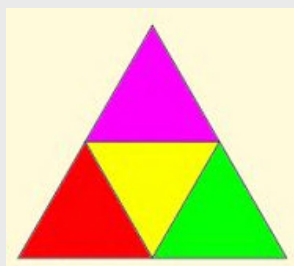
**Pirámide
Hexagonal
Regular**



Sobre POLIEDROS REGULARES

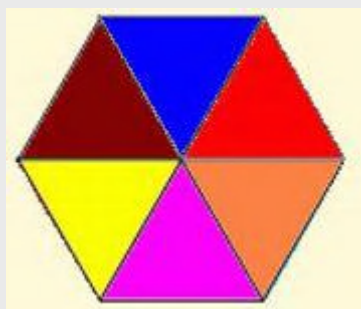
3.1 Debuxa o desenvolvemento dun tetraedro de lado 3 cm.

Un tetraedro ten catro caras que son triángulos equiláteros. Na figura tes o seu desenvolvemento plano.



3.2. Pode existir un poliedro regular con 6 triángulos equiláteros en cada vértice?

Fíxate na figura. Se nun vértice inciden 6 triángulos equiláteros non poderíamos dobralos para formar un poliedro. Non temos marxe para construír un ángulo poliedro.



EXERCICIOS resoltos (continuación)

Sobre a RELACIÓN DE EULER

4.1 Un poliedro euleriano, pode ter o mesmo número de caras e de arestas?

Non é posible. Se é un poliedro euleriano debe cumprir a relación de Euler:

$$\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2.$$

Se o número de caras é igual que o de arestas, entón o número de vértices sería 2.

Un poliedro de 2 vértices?

4.2. Comproba que se cumpre a relación de Euler nun prisma a base do cal é un heptágono.

Nun prisma heptagonal a base ten sete vértices, polo tanto:

- a) Un prisma ten o dobre de vértices que a súa base, o que fará 14 vértices.
- b) Un prisma ten o triplo de arestas que vértices ten a base, terá polo tanto 21 arestas.
- c) Un prisma ten dúas caras máis que vértices ten a súa base, logo terá 9 caras.

Así pois a relación de Euler

$$\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2, \text{ teriamos que:}$$

$$9 + 14 = 23 + 2 = 23.$$

Logo cúmprese a relación de Euler.

Sólidos de revolución, cilindro, cono, esfera

Sobre SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

1.1 O cartón dun rolo de papel ten un diámetro de 4,6 cm. e unha altura de 9,7 cm. Que dimensións ten o desenvolvemento plano do cartón?

O desenvolvemento plano é un rectángulo. As súas dimensións serán:

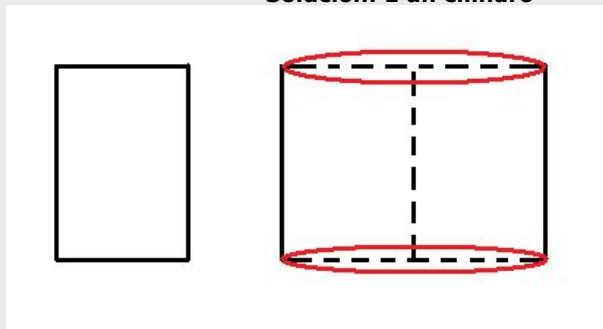
Alto: a altura do rolo (cilindro): 9,7 cm.

Longo: o perímetro da circunferencia: $\text{diámetro} \cdot \pi = 4,6\pi$.

Se aproximamos π por 3,14, teriamos que o longo sería aproximadamente 14,44 cm.

1.2 Que figura do espazo se xera ao xirar o rectángulo inferior arredor do seu lado dereito?

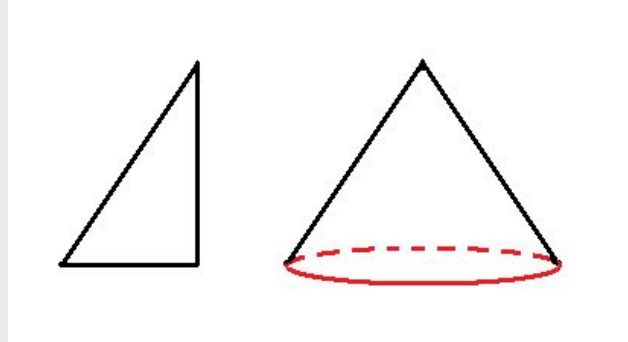
Solución: É un cilindro



EXERCICIOS resoltos (continuación)

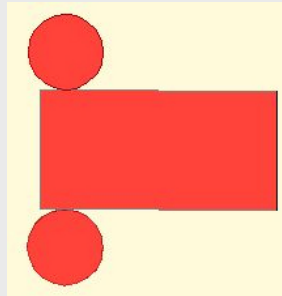
1.3. ¿Que figura do espazo se xera ao xirar o triángulo debuxado abaixo arredor da súa altura?

Solución: É un cono



Sobre CILINDROS

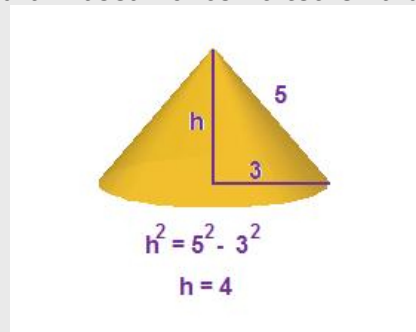
2.1. Debuxa o desenvolvemento dun cilindro de 2 cm. de raio e 7 cm. de altura



O rectángulo ten 7 cm. de altura e de base $2\pi \cdot \text{raio}$ cm.
O círculo 4 cm. de diámetro

Sobre CONOS

3.3. Calcula a altura dun cono se a xeratriz mide 5 cm e o raio da base é de 3 cm. Na figura está calculada a altura. Baseámonos no teorema de Pitágoras.



Sobre ESFERAS

4.1 Debuxa o desenvolvemento plano da superficie esférica

Non é posible. A superficie esférica non é desenvolvible. Se tomas un anaco suficientemente grande da pel dunha laranxa e o apoias na mesa verás que ao esmagala rompe.

Para practicar



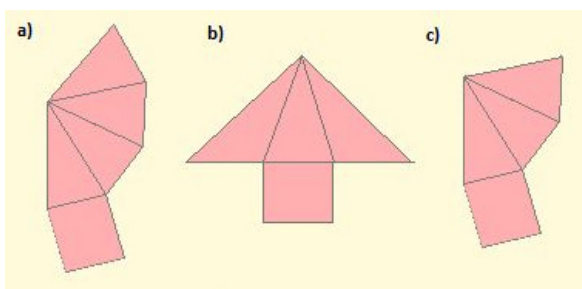
Prismas, pirámides, poliedros regulares, Euler

Exercicios sobre prismas

- 1.1 Debuxa un prisma oblicuo de base triangular
- 1.2 O número de vértices dun prisma é 20. Cantas caras ten?
- 1.3 Un prisma ten 18 arestas. Que polígono ten por bases?
- 1.4 Un prisma ten 9 caras. Polo tanto é un prisma...
- 1.5 Un prisma ten 15 vértices, polo tanto as bases son...

Exercicios sobre pirámides

- 2.1 Debuxa unha pirámide irregular de base triangular
- 2.2. Descubre o polígono da base dunha pirámide se ten 5 caras laterais.
- 2.3. Descubre o polígono da base dunha pirámide se ten 8 caras.
- 2.4. Debuxa o desenvolvemento dunha pirámide que ten todas as súas caras iguais.
- 2.5. Cal das seguintes figuras é o desenvolvemento plano dunha pirámide?



Exercicios sobre poliedros regulares

- 3.1 Debuxa o desenvolvemento dun octaedro de lado 2 cm.
- 3.2. Debuxa o desenvolvemento plano dun cubo de lado 4 cm.
- 3.3. Pode existir un poliedro regular as caras do cal sexan octógonos?
- 3.4. Cantos lados como máximo pode ter como máximo as caras dun poliedro regular?
- 3.5. Cantas caras triangulares poden incidir nun vértice dun polígono regular?
- 3.6. ¿Cantas caras cadradas poden incidir nun vértice dun polígono regular?

Exercicios sobre a relación de Euler

- 4.1 Un poliedro euleriano, ¿pode ter o mesmo número de vértices e de arestas?
- 4.2. Comproba que se cumpre a relación de Euler nunha pirámide a base da cal é un octógono.
- 4.3. Comproba que se cumpre a relación de Euler no icosaedro.
- 4.4. Comproba que se cumpre a relación de Euler no dodecaedro.
- 4.5. Un poliedro euleriano ten 20 caras e 36 vértices. Cantas arestas ten?
- 4.6. Un poliedro euleriano ten 21 caras e 40 arestas. Cantos vértices ten?

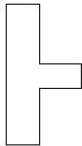
Para practicar



Sólidos de revolución, cilindros, conos, esferas.

Sobre sólidos de revolución

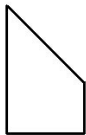
1.1 Debuxa o corpo de revolución que forma a figura de abaixo ao xirar sobre o segmento lateral esquerdo.



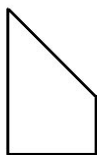
1.2. Que figura do espazo se xera ao xirar o trapecio debuxado abaixo arredor do seu lado dereito?



1.3. Que figura do espazo se xera ao xirar o trapecio debuxado abaixo arredor do seu lado dereito?



1.4 Que figura do espazo se xera ao xirar o trapecio debuxado abaixo arredor do seu lado esquerdo?



1.5. Que figura do espazo se xera ao xirar o trapecio debuxado abaixo arredor do seu lado dereito?



Sobre cilindros

2.1. Pode ser posible que o desenvolvemento da figura inferior corresponda a un cilindro?



2.2. Se collemos un rectángulo, obtense o mesmo cilindro dobrándoo pola base ou pola altura?

2.3. Queremos construír un bote cilíndrico que teña 9 cm de alto e o raio da base mida 1,5 cm. Debuxa o seu desenvolvemento plano.

Sobre conos

3.1 Debuxa o desenvolvemento dun cono con raio da base 5 cm. e de xeratriz 10 cm.

3.2. Collemos un triángulo de base 4 cm. e altura 8 cm. Ao xiralo sobre a altura obtemos un cono. Canto mide a súa xeratriz?

3.3. O desenvolvemento plano da cara lateral dun cono. Pode ser un círculo completo?

Sobre esferas

4.1 Ao xirar un cuarto de círculo por un dos raios que o limitan. Que figura obtemos?

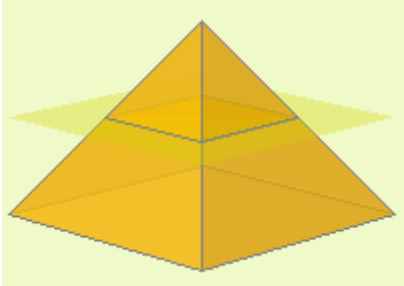
4.2 Ao xirar un círculo ao redor dun eixe exterior a el, Que figura obtemos?

4.3 Que forma teñen as gotas de auga?

Para saber máis

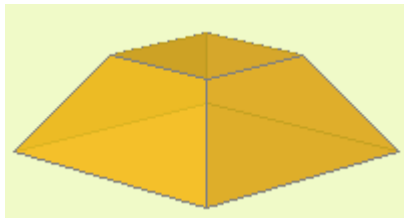


Tronco de pirámide e tronco de cono

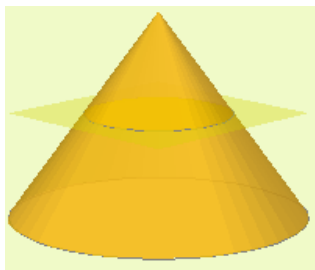


Se intersecamos unha pirámide cun plano paralelo á base, obtemos outra pirámide e outro poliedro denominado:

tronco de pirámide

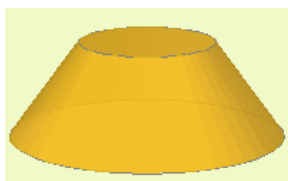


O tronco de pirámide ten dúas bases que son polígonos semellantes e as caras laterais son trapezios, se a pirámide é recta, ou cuadriláteros se é oblicua



Se un cono o intersecamos cun plano paralelo á base, obtemos outro cono e outro sólido de revolución denominado:

tronco de cono



O tronco de cono ten dúas bases que son círculos e unha cara lateral o desenvolvemento da cal é un sector dunha coroa circular

Poliedros non Eulerianos

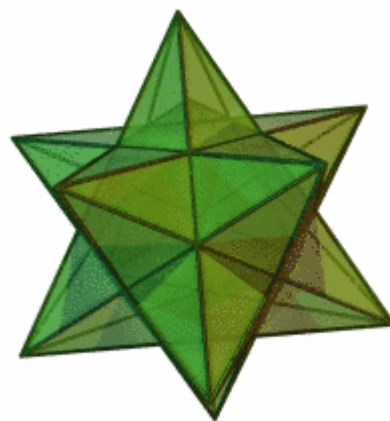
Hai poliedros que non cumpren a Relación de Euler: $\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2$

Correspóndense con poliedros que teñen "buratos".

Heptaedro anular
Lajos Szilassi

Caras: 7
Vértices: 14
Caras+Vértices = 21
Arestas: 21
Arestas+2 = 23

Poliedros regulares cóncavos



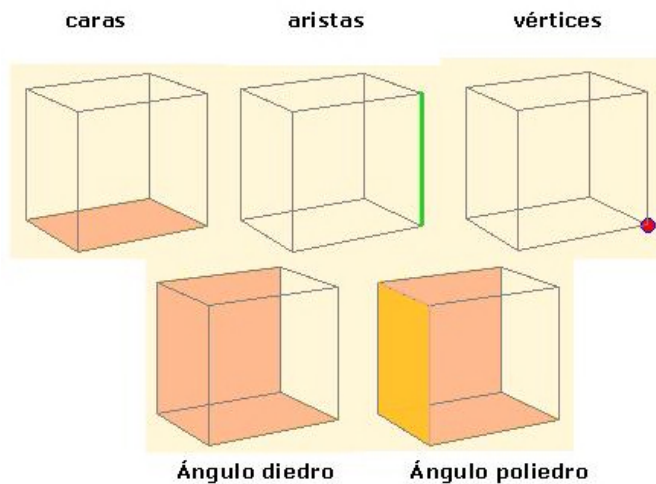
Un poliedro cóncavo dise que é regular se todas as súas caras son polígonos regulares e en cada vértice incide o mesmo número de caras. Denomínaselles **sólidos de Kepler-Poinsot**.

Corpos xeométricos

Lembra o máis importante

Un poliedro é un corpo xeométrico tridimensional as caras do cal son polígonos.

Elementos dun poliedro



Tipos de poliedros.



Prismas



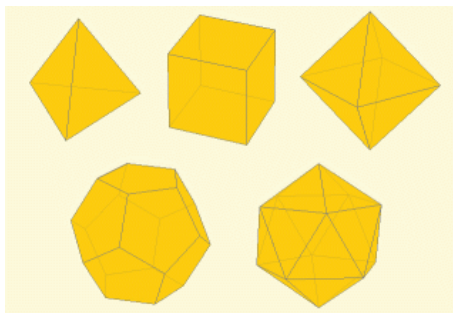
Pirámides

Poliedros regulares

Un poliedro é regular se todas as súas caras son iguais e sobre cada vértice inciden o mesmo número de caras e arestas.

Os poliedros regulares son cinco

Tetraedro **Cubo** **Octaedro**

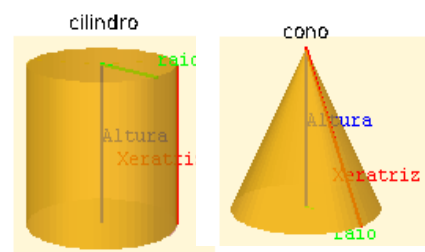


Dodecaedro **Icosaedro**

Relación de Euler



Caras 9 , Vértices 9, Arestas 16.
Caras+Vértices=Arestas+2



esfera



Corpos redondos

Cilindro, cono e esfera son corpos de revolución

Autoavaliación



1. Un prisma hexagonal, cantos vértices ten?
2. Unha pirámide pentagonal, cantos vértices ten?
3. Un prisma triangular, cantas arestas ten?
4. Unha pirámide heptagonal, cantas arestas ten?
5. Un poliedro convexo ten 4 caras e 5 vértices, cantas arestas ten?
6. Un poliedro convexo ten 9 caras e 18 arestas, ¿cantos vértices ten?
7. Un poliedro regular de 6 vértices, cal é?
8. O poliedro regular convexo de 12 caras, cal é?



9. Como se denomina o poliedro representado nesta figura?



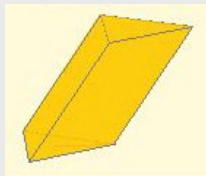
10. Indica se o sólido da figura é desenvolvible



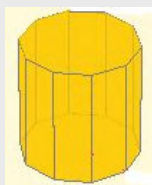
Solucións dos exercicios para practicar

PRISMAS

1.1 Ao ser un prisma as caras laterais son paralelogramos. As bases son triángulos e ao ser oblicuo están desprazadas.



1.2. O número de vértices dun prisma é sempre o dobre dos vértices de cada base. O prisma é decagonal, e polo tanto ten 12 caras.

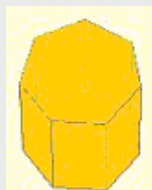


1.3 O número de arestas dun prisma é sempre o triplo das arestas de cada base. O prisma é hexagonal.

Prisma Hexagonal Regular



1.4 O número de caras dun prisma é o número de lados da base máis dous. É un prisma heptagonal.



1.5 Non hai ningún prisma que poida ter un número impar de vértices.

PIRÁMIDES

2.1

Pirámide Triangular Convexa



2.2 Unha pirámide ten tantas caras laterais como lados ten a base. É unha pirámide pentagonal.

Pirámide Pentagonal Regular

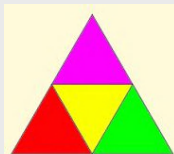


2.3 Unha pirámide ten sempre unha cara máis que lados ten a base. É unha pirámide heptagonal.

Pirámide Heptagonal Regular



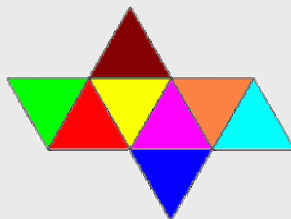
2.4 A única pirámide triangular con todas as caras iguais é o tetraedro.



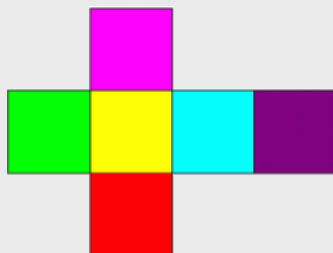
2.5 Se a base é rectangular, ten que ter catro caras que sexan triángulos. A única opción é **á**).

POLIEDROS REGULARES

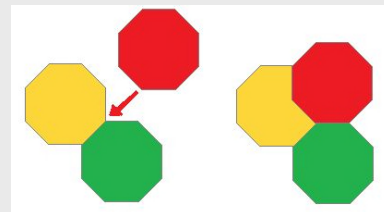
3.1 Un octaedro ten oito caras que son triángulos equiláteros.



3.2

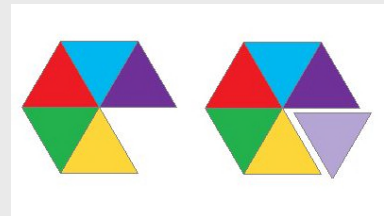


3.3 Para formar un ángulo poliedro fan falta polo menos tres caras. Se queremos que haxa tres caras que sexan octógonos solápanse. Non é posible.

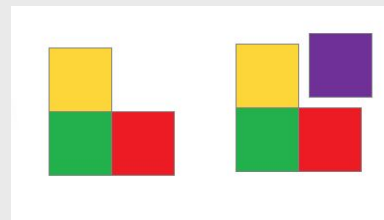


3.4 O máximo de lados é cinco xa que a partir do hexágono non podemos construír un ángulo poliedro. Por iso poliedros regulares só os hai con caras triangulares, cadradas e pentagonais.

3.5 O máximo de caras triangulares é cinco, o sexto triángulo xa non permite construír un ángulo poliedro. Con tres triángulos temos o tetraedro, con catro o octaedro e con cinco o icosaedro.



3.6 O máximo de caras cadradas é tres, o cuarto cadrado non permite construír un ángulo poliedro. Con tres cadrados temos o cubo.



RELACIÓN DE EULER

4.1 Non é posible. Se é un poliedro euleriano debe cumprir a relación de Euler:

$\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2$.
Se o número de vértices é igual que o de arestas, entón o número de caras sería 2. Un poliedro de 2 caras?

4.2 Segundo a relación de Euler $\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2$, teríamos que:

$$9 + 9 = 18 \text{ y } 16 + 2 = 18.$$

4.3 O icosaedro ten 20 caras, 12 vértices e 30 arestas.

Así pois a relación de Euler $\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2$, teríamos que:

$$20 + 12 = 32 \text{ y } 30 + 2 = 32.$$

4.4 O dodecaedro ten 12 caras, 20 vértices e 30 arestas.

Así pois a relación de Euler $\text{Caras} + \text{Vértices} = \text{Arestas} + 2$, teríamos que:

$$12 + 20 = 32 \text{ y } 30 + 2 = 32.$$

4.5 $C + V = A + 2$, teríamos que:

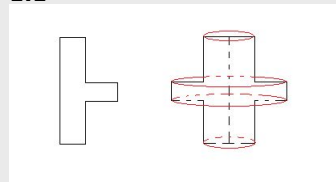
$$20 + 36 = \text{Arestas} + 2. \text{ Entón } \text{Arestas} = 20 + 36 - 2 = 54. \text{ Ten } 54 \text{ arestas.}$$

4.6 $C + V = A + 2$, teríamos que:

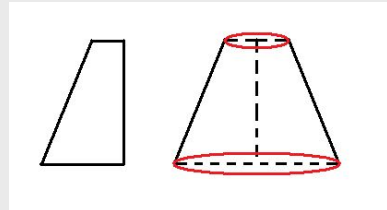
$$21 + \text{Vértices} = 40 + 2. \text{ Logo } \text{Vértices} = 40 + 2 - 21 = 21. \text{ Ten } 21 \text{ vértices.}$$

SOBRE SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

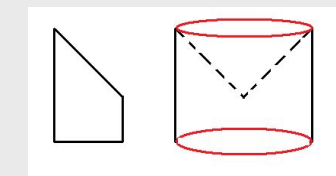
1.1



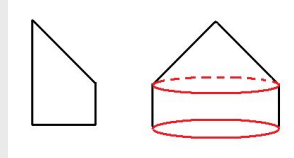
1.2 É un tronco de cono



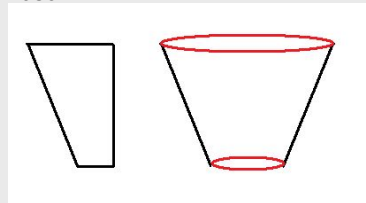
1.3 Un cilindro que ten quitado un cono da parte superior



1.4 Un cilindro cun cono na parte superior



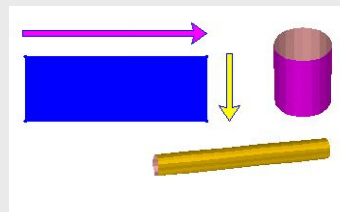
1.5 Un tronco de cono que pola orientación ten a forma dun vaso



SOBRE CILINDROS

2.1 Non é posible. A lonxitude da base do rectángulo ha de coincidir coa lonxitude da circunferencia da base do cilindro e claramente na figura é moi inferior

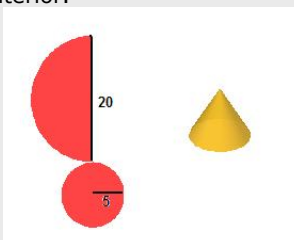
2.2 Non, o cilindro é diferente salvo que a altura e a base do rectángulo sexa a mesma, é dicir, salvo que sexa un cadrado.



2.3 A altura do rectángulo é 9 cm. e a súa base é a lonxitude da circunferencia da base do cilindro: $2 \cdot \pi \cdot \text{raio}$, onde aquí o raio é 1,5. Terás que aproximar o valor de π .

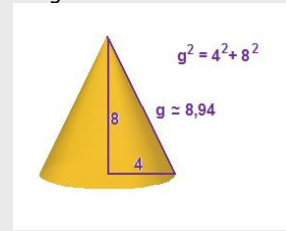
SOBRE CONOS

3.1 Posto que o raio da base é 5, a lonxitude da circunferencia é $2 \cdot \pi \cdot 5$. A cara lateral do cono é un sector circular o arco do cal ha de medir a lonxitude anterior.

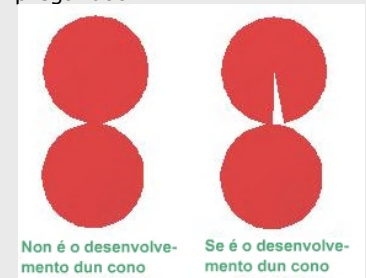


A xeratriz é o raio do sector a debuxar. Dado que o raio é 10, $2 \cdot \pi \cdot 5$ é xusto a metade, polo tanto hai que debuxar medio círculo de raio 10.

3.2 Na figura está calculada a altura. Baseámonos no teorema de Pitágoras.

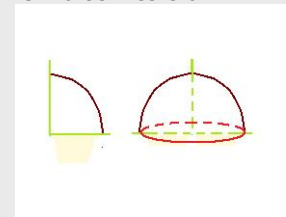


3.3 Non, non é posible. Necesitamos que falte polo menos un anaco para poder construír a cara lateral pregándoo.

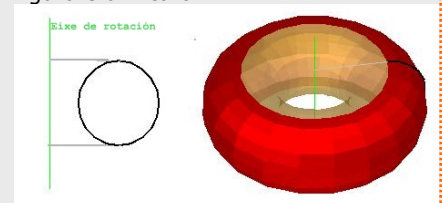


SOBRE ESFERAS

4.1 Unha semiesfera



4.2 Obtense o que coloquialmente identificamos como un donut. Matematicamente esa figura é un "toro"



4.3 Son esféricas.

Soluciones AUTOAVALIACIÓN

1. Un prisma hexagonal, cantos vértices ten? **12 vértices.**
2. Unha pirámide pentagonal, cantos vértices ten? **6 vértices**
3. Un prisma triangular, cantas arestas ten? **9 arestas**
4. Unha pirámide heptagonal, cantas arestas ten? **14 arestas.**
5. Un poliedro convexo ten 4 caras e 5 vértices, cantas arestas ten? **7 arestas**
6. Un poliedro convexo ten 9 caras e 18 arestas, cantos vértices ten? **11 vértices**
7. Un poliedro regular de 6 vértices, cal é? **Octaedro**
8. O poliedro regular convexo de 12 caras, cal é? **Dodecaedro**
9. Como se denomina o poliedro representado nesta figura? **Icosaedro**
10. Indica se o sólido da figura é desenvolvible **Si**



Non esquezas enviar as actividades ao titor