



MOMENTOS DE FUERZAS

Una barrera de acceso a un punto de control de aduanas está formada por una barra de masa 3,5 kg y longitud 6 m. Esta barra tiene una masa de 11 kg unida a su extremo izquierdo y está a una distancia de 1 m del eje de giro. A 4,5 m del eje de giro en su extremo derecho, hay otra masa de 2,5 kg que puede deslizar.

Cuando la barrera está cerrada, la barra se apoya sobre un soporte que se encuentra a 5 m del eje de giro. En estas condiciones, calcula cuánto valen las fuerzas sobre la barra en el eje de giro y en el extremo que apoya sobre el soporte.

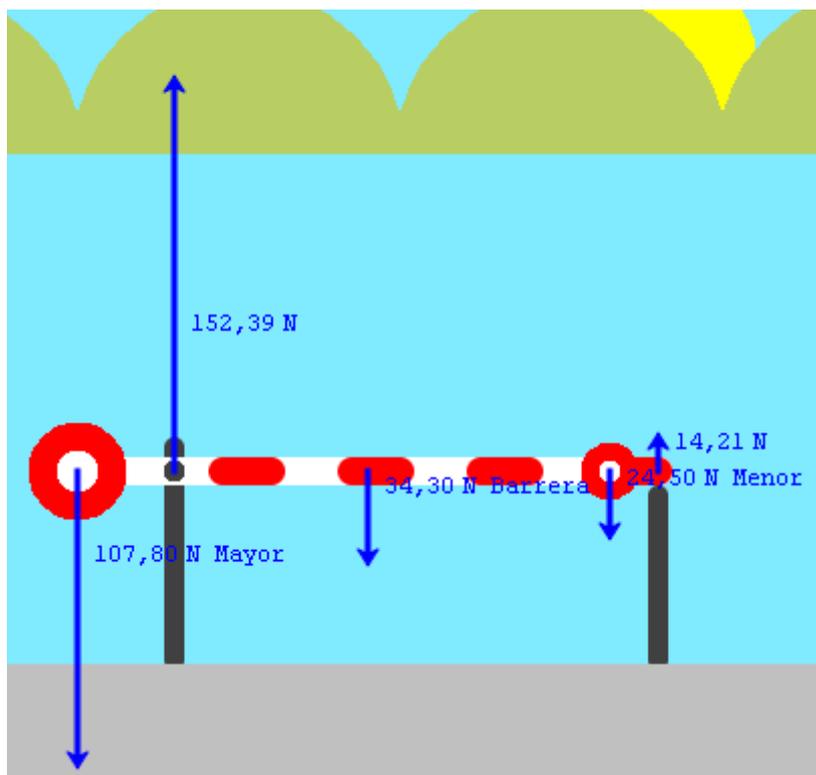
Se desea abrir la barrera deslizando la masa de 2,5 kg, ¿a qué distancia del eje de giro se debe colocar para que esto suceda?

Cuando la suma de todas las fuerzas y de todos los momentos de las fuerzas que actúan sobre un objeto son cero, éste se encuentra en equilibrio.

Aplicando la primera condición a la barra cuando está cerrada, se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

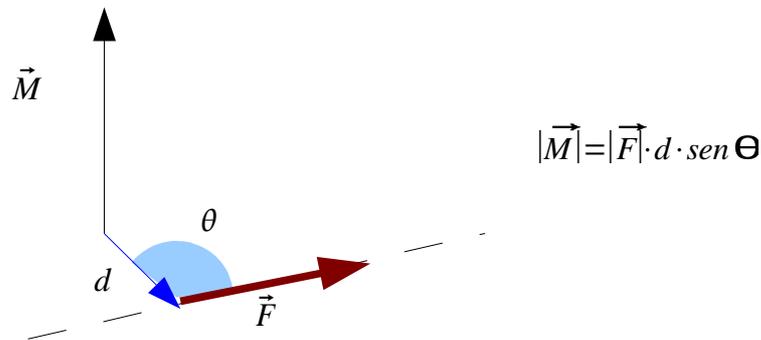
$$\begin{aligned} \sum \vec{F} = \vec{P}_M + \vec{P}_m + \vec{P}_b + \vec{N}_{ej} + \vec{N}_{ap} = 0 \\ -Mg - mg - m_b g + N_{ej} + N_{ap} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Siendo cada sumando: el peso de la masa mayor (extremo izquierdo), el peso de la masa pequeña que desliza, el peso de la barra, la fuerza en el eje y la fuerza sobre la barra en su extremo derecho.



Para aplicar la segunda condición, se elige el eje de giro como punto a partir del cual se calculan momentos.

Hay que tener en cuenta que para calcular el momento de una fuerza respecto de un punto hay que multiplicar tres factores: a) el módulo de la fuerza b) la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el punto desde donde se calcula el momento y c) el seno del ángulo que forman la línea directriz que contiene la fuerza y la línea que va desde el punto de aplicación de la fuerza y el punto desde donde se calcula el momento. Finalmente, se añadirá un signo al resultado que será positivo, si el sentido de rotación es contrario a las agujas del reloj y negativo, si es a favor de las agujas del reloj.



Como la barra está horizontal, el ángulo es 90° . Entonces, el momento para cada una de las fuerzas es:

Momento del peso de la masa mayor	$M \cdot g \cdot d_M$
Momento del peso de la masa menor	$-m \cdot g \cdot d_m$
Momento del peso de la masa barra	$-m_b \cdot g \cdot d_b$
Momento de la fuerza en el eje giro	0
Momento de la fuerza en punto apoyo	$N_{ap} \cdot d_{ap}$

Siendo d , las distancia de cada una de las fuerzas al eje de giro.

La suma de todos estos momentos debe ser nula:

$$M \cdot g \cdot d_M - m \cdot g \cdot d_m - m_b \cdot g \cdot d_b + N_{ap} \cdot d_{ap} = 0$$

Ecuación de la cual podemos obtener el valor de la fuerza en el extremo derecho de la barra que está apoyado en el poste vertical:

$$N_{ap} = \frac{-M \cdot g \cdot d_M + m \cdot g \cdot d_m + m_b \cdot g \cdot d_b}{d_{ap}} \quad (2)$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (1) podemos obtener el valor de la fuerza sobre la barra en el eje de giro:

$$N_{ej} = Mg + mg + m_b g - \frac{-M \cdot g \cdot d_M + m \cdot g \cdot d_m + m_b \cdot g \cdot d_b}{d_{ap}} \quad (3)$$

Sustituyendo valores ($M=11 \text{ kg}$, $m=2,5 \text{ kg}$, $m_b= 3,5 \text{ kg}$, $d_M= 1\text{m}$, $d_m= 4,5 \text{ m}$, $d_b=2 \text{ m}$, $d_{ab}= 5 \text{ m}$) en las ecuaciones (2) y (3) se obtienen $N_{ap}= 14,21 \text{ N}$ y $N_{ej}= 152,39 \text{ N}$.

La ecuación (2) nos puede servir para calcular en que posición debemos colocar la masa pequeña deslizante para que la barrera se abra. En el momento que la barrera está a punto de girar el punto de apoyo en el extremo derecho no está ejerciendo ninguna fuerza sobre la barrera. Por tanto, N_{ap} es nula y como consecuencia se cumple:

$$N_{ap} = \frac{-M \cdot g \cdot d_M + m \cdot g \cdot d_m + m_b \cdot g \cdot d_b}{d_{ap}} = 0$$

De donde se obtiene:

$$d_m = \frac{M \cdot g \cdot d_M - m_b \cdot g \cdot d_b}{m \cdot g}$$

Dando valores a las variables, se obtiene que $d_m = 1,6 \text{ m}$. Cualquier distancia más cercana al eje de giro hará que no exista equilibrio en los momentos de las fuerzas y la barrera se abrirá.