

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data: _____

Alumnes: _____

INEQUACIONS

Abans de començar: Llegiu la informació que apareix a les pàgines 26 i 27 del llibre de text: "Intervals i semirectes". Comproveu si ho heu entès bé tot fent les tres activitats proposades a la pàgina 27.

1.1 Inequacions de primer grau amb una incògnita: Definicions.

Llegiu en primer lloc la informació que apareix en la part esquerra de l'escena. Indiqueu en el quadre següent el significat de cada una de les paraules assenyalades de forma especial en el text:

PARAULA	SIGNIFICAT
Desigualtat	
certa	
falsa	
Membres	
Inequació	
polinòmica	
de primer grau ^(*)	
Incògnita	
Resoldre	
Solucions ^(*)	

(*) Podeu utilitzar ací la informació que apareix a la zona dreta de la pantalla.

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

1.2 Inequacions de primer grau amb una incògnita: **Inequacions equivalents**

- a) Llegiu la informació que apareix a la zona dreta de la pantalla i anoteu a continuació el text que apareix destacat:

INEQUACIONS EQUIVALENTS

- b) En l'activitat que es proposa a la part esquerra, canvieu els valors de a i de b per veure que el sentit de la desigualtat canvia de forma correcta: si el valor de a és menor que el valor de b , apareix el signe $<$ o el signe \leq ; quan és a el major, apareix el signe $>$ o el signe \geq . Després comenceu a fer la que demana l'activitat: doneu a c un valor diferent de zero i comproveu que, siga aquest valor positiu o negatiu, en sumar-lo als dos membres de la desigualtat, aquesta conserva el mateix sentit que tenia.

Punxeu sobre la fletxa per veure'n la segona part. Ara es tracta de multiplicar els dos membres de la desigualtat per un mateix nombre, que podeu fer variar donant valors a c . Atenció, perquè ara el comportament no és igual com en el cas de la suma: de què depèn que el sentit de la desigualtat es mantinga o canvie? Anota les conclusions en el quadre següent:

Transformació →	Sumar el mateix nombre als dos membres d'una desigualtat	Multiplicar per mateix nombre els dos membres d'una desigualtat
Resultat →		

- c) A continuació feu alguns exercicis de cada un dels tipus que apareixen en punxar sobre la icona del projecte Descartes.

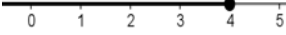
EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

1.3 Inequacions de primer grau amb una incògnita: **Resolució**

- a) Llegiu la informació que apareix en la zona dreta de l'escena de Descartes i, a continuació, la que apareix en la zona esquerra. Visualitzeu la resolució d'algunes de les inequacions que mostra l'escena. Els exemples apareixen de tres en tres: cada tanda de tres inequacions està formada per inequacions amb elements molt semblants, però sempre el primer és el més senzill, el segon introdueix una nova dificultat, i el tercer una altra. Anoteu alguns exemples en el quadern per tal d'analitzar-los millor.
- b) Premeu ara sobre la icona del llapis per fer uns quants exercicis. Alerta, perquè són més complicats que els anteriors. Heu de fer-los primer i, després, comprovar si la vostra solució coincideix amb la que presenta l'activitat. Feu-los en fulls a part i copieu-ne després 4 d'ells a la taula següent:

Inequació	Procés de resolució	Conjunt de solucions (en forma gràfica, com a interval/semirecta i expressat com a conjunt)
$\frac{-4x+4}{6} \leq \frac{3x-4}{-4}$	<p>Multipliquem per -12 els dos membres (canvia el sentit de la desigualtat):</p> $(-12) \cdot \frac{-4x+4}{6} \geq (-12) \cdot \frac{3x-4}{-4}$ <p>Reduïm les expressions:</p> $\frac{-12}{6} \cdot (-4x+4) \geq \frac{-12}{-4} \cdot (3x-4)$ $(-2) \cdot (-4x+4) \geq 3 \cdot (3x-4)$ $8x-8 \geq 9x-12$ <p>Traslladem els termes en x al segon membre, i els altres al primer (dit d'una altra forma: sumem $-8x+12$ als dos membres):</p> $12-8 \geq 9x-8x$ <p>Agrupem en cada membre:</p> $4 \geq x$ <p>Podem reescriure la inequació resultant:</p> $\boxed{x \leq 4}$	 <p>$(-\infty, 4]$</p> <p>$\{x \in \mathbf{R} / x \leq 4\}$</p>

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

Inequació	Procés de resolució	Conjunt de solucions (en forma gràfica, com a interval/semirecta i expressat com a conjunt)

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

Inequació	Procés de resolució	Conjunt de solucions (en forma gràfica, com a interval/semirecta i expressat com a conjunt)

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

2.1 Inequacions de segon grau amb una incògnita: **Resolució per descomposició**

Per resoldre inequacions de segon grau per aquest primer mètode, l'activitat ens explica que:

(I) Cal descompondre factorialment el polinomi $ax^2 + bx + c$: trobem les arrels reals del polinomi, si en té. Tindrem una de les situacions següents:

(I-a) Dues arrels reals diferents, r_1 i r_2 : $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$

(I-b) Una sola arrel real (arrel doble), r : $ax^2 + bx + c = a(x - r)^2$

(I-c) Cap arrel real: $ax^2 + bx + c$ no admet descomposició en producte de factors més senzills.

(II) Si ens trobem amb la situació descrita en I-c, no podrem resoldre-la per aquest mètode. Caldrà utilitzar un altre procediment, que s'explicarà en l'apartat 2.2. Si es tracta d'alguna de les situacions descrites en I-a i I-b, podrem trobar el conjunt de solucions de la inequació si analitzem adequadament les diferents possibilitats per als signes dels factors que apareixen en la descomposició factorial.

Llegiu la informació que apareix en l'escena de Descartes i completeu la taula següent:

Inequació	Descomposició factorial	Estudi dels signes	Conjunt de solucions
$x^2 - 8x + 12 \leq 0$	$(x - 2)(x - 6)$		$[2, 6]$
$2x^2 - 13x + 18 > 0$			$(-\infty, 2) \cup (9/2, +\infty)$
$-3x^2 + 2x + 5 > 0$			
$4x^2 + 12x + 9 \leq 0$	$4(x + 3/2)^2$		

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

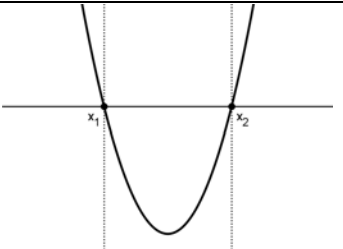
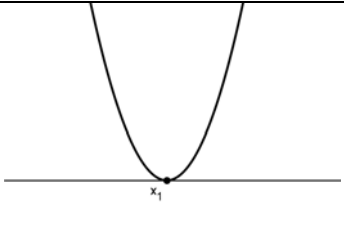
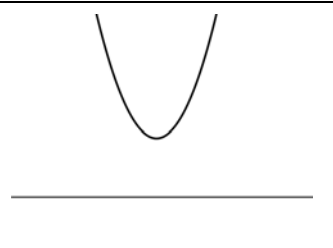
Alumnes: _____

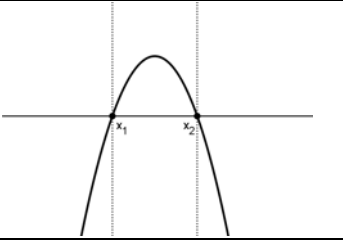
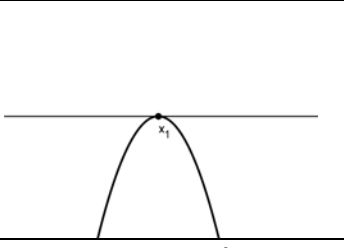
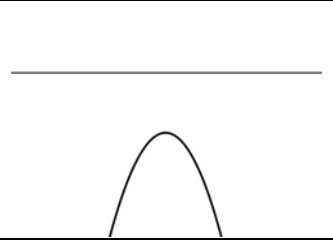
2.2 Inequacions de segon grau amb una incògnita: **Resolució general**

Amb aquest mètode, basat en la gràfica de la paràbola que correspon en coordenades cartesianes a cada polinomi de segon grau, podem resoldre qualsevol inequació d'aquest tipus.

Com abans, per resoldre una inequació, caldrà trobar les arrels reals del polinomi, r_1 i r_2 , que també podem anomenar x_1 i x_2 .

- a) Llegiu la informació de l'escena de Descartes i ompliu la taula següent. Heu d'indicar quin és el conjunt de solucions de cada una de les inequacions de la columna esquerra, segons el que es pot deduir de la gràfica corresponent:

$a > 0 \rightarrow$			
	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_1)^2$	$ax^2 + bx + c$
$ax^2 + bx + c \geq 0$ C. de solucions \rightarrow			
$ax^2 + bx + c < 0$ C. de solucions \rightarrow			

$a < 0 \rightarrow$			
	$a(x - x_1)(x - x_2)$	$a(x - x_1)^2$	$ax^2 + bx + c$
$ax^2 + bx + c > 0$ C. de solucions \rightarrow			
$ax^2 + bx + c \leq 0$ C. de solucions \rightarrow			

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data: _____

Alumnes: _____

b) Resoleu pel mètode gràfic les següents inequacions:

Inequació	Arrels reals	Representació gràfica	Conjunt de solucions
$x^2 - 8x + 12 \leq 0$		_____	
$-4x^2 - 12x - 9 \leq 0$		_____	
$-3x^2 + 2x + 5 > 0$		_____	
$2x^2 + x + 5 \leq 0$		_____	
$2x^2 - 13x + 18 > 0$		_____	

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

3.1 Inequacions de primer grau amb dues incògnites: **Definicions**

Les solucions d'una inequació dels tipus $ax+by+c \leq 0$, $ax+by+c < 0$, $ax+by+c \geq 0$ o $ax+by+c > 0$ són parells de nombres reals (un valor per a x i un valor per a y). Una inequació d'aquests tipus sempre té un conjunt infinit de solucions. En el següent apartat veurem un mètode gràfic per resoldre-les.

La primera cosa que heu d'intentar entendre és que si representem l'equació $ax+by+c=0$ en el pla de coordenades cartesianes, obtenim una recta amb les següents propietats:

- Cada solució de l'equació $ax+by+c=0$ ens dona les coordenades d'un punt de la recta.
- Les coordenades de cada punt de la recta són una solució de l'equació $ax+by+c=0$.

Tal com indica l'activitat, observeu com varia la gràfica en variar els valors dels paràmetres a , b i c , i passeu al següent apartat.

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

3.2 Inequacions de primer grau amb dues incògnites: **Resolució gràfica**

a) El text de la part esquerra de l'escena comença per demanar-vos que desplaceu el punt **P** que apareix a la zona gràfica. El podeu arrossegar amb el ratolí, però també amb les fletxes del teclat: primer seleccioneu el punt amb el ratolí i després utilitzeu les tecles. Així aconseguireu moure'l amb major precisió.

A l'inici apareix representada la recta $x - 3y + 2 = 0$, i el punt P en la posició $(-2, 3)$. Comproveu que, com s'indica a l'escena, es compleix que $(-2) - 3 \cdot 3 + 2 < 0$.

Feu el mateix amb les coordenades dels punts que es recullen a la taula següent. Porta el punt P a la posició de cada un d'ells, calcula el valor de $x - 3y + 2$ canviant x i y per les coordenades del punt i indica si s'obté un valor major que zero, igual a zero o menor que zero:

Mou el punt P a la posició	Substitueix en $x - 3y + 2$	El valor resultant és (Feu una creu)	Completeu amb $>$, $<$ o $=$
$(-2, 2)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$-2 - 3 \cdot 2 + 2 \quad \square \quad 0$
$(-2, 1)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$-2 - 3 \cdot 1 + 2 \quad \square \quad 0$
$(-2, 0)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$-2 - 3 \cdot 0 + 2 \quad \square \quad 0$
$(-2, -1)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$-2 - 3 \cdot (-1) + 2 \quad \square \quad 0$

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

Mou el punt P a la posició	Substitueix en $x - 3y + 2$	El valor resultant és (Feu una creu)	Completeu amb $>$, $<$ o $=$
$(-2, -2)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$-2 - 3 \cdot (-2) + 2 \square 0$
$(4, -2)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$4 - 3 \cdot (-2) + 2 \square 0$
$(4, 0)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$4 - 3 \cdot 0 + 2 \square 0$
$(4, 2)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$4 - 3 \cdot 2 + 2 \square 0$
$(4, 4)$		<input type="checkbox"/> Major que zero <input type="checkbox"/> Menor que zero <input type="checkbox"/> Igual a zero	$4 - 3 \cdot 4 + 2 \square 0$


Moueu ara el punt P amb el ratolí per tota la zona gràfica i comproveu com canvia la situació depenent del semiplà en què el col·loqueu, a una banda o altra de la recta.

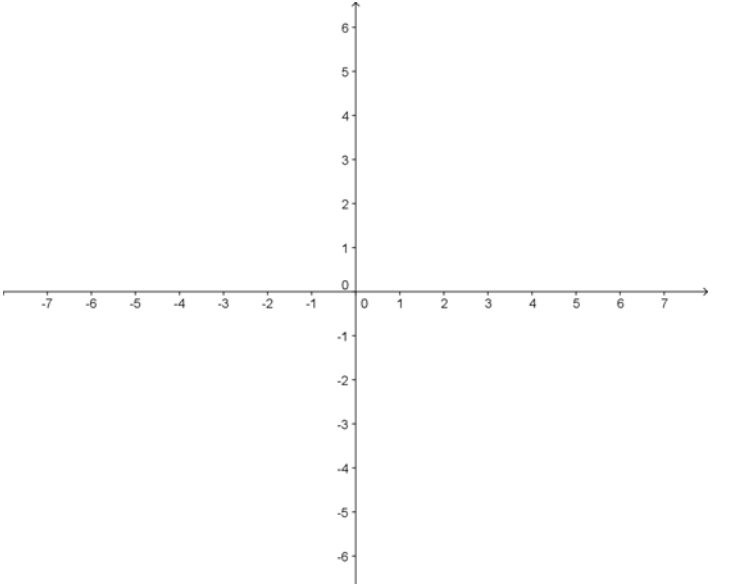
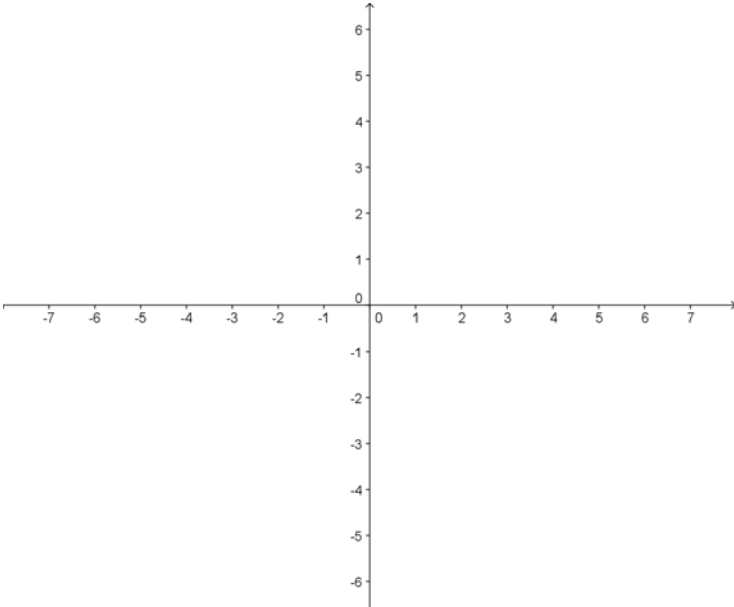
Proveu també amb altres rectes: podeu canviar el valor de a, b i c amb els controls que apareixen a la zona inferior.

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

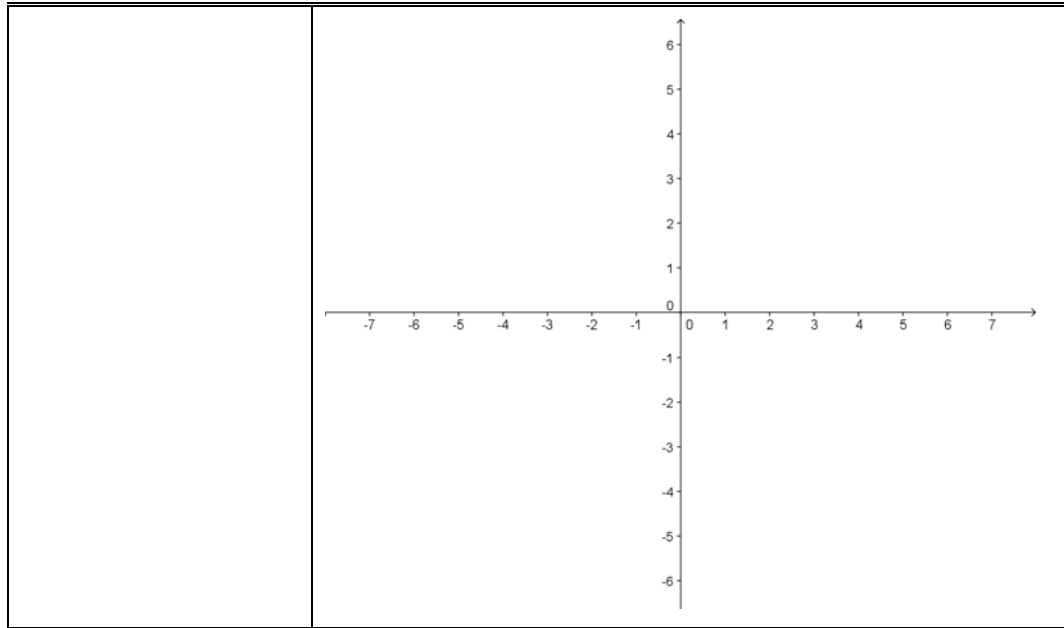
- b) Premeu sobre la fletxa  per continuar amb l'activitat. Llegiu la informació que apareix en la segona part de l'escena i torneu a prémer sobre la fletxa per tal de veure un exemple resolt. Visioneu un o més exemples per a cada un dels quatre casos que presenta. Observeu la forma en què es representa el conjunt de solucions, i fixeu-vos també quan s'indica que en el conjunt de solucions s'inclou la recta, i quan no s'inclou.
- c) Punxeu sobre el botó amb la icona del llapis per obrir una finestra emergent amb exercicis. Seguiu les instruccions: Heu de resoldre'ls abans de veure'n la solució. Copieu en la taula tres exercicis:

Inequació	Solució gràfica
	
	

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____



EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

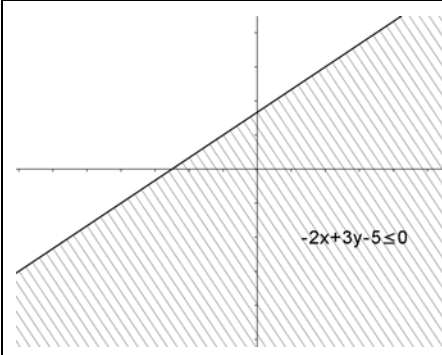
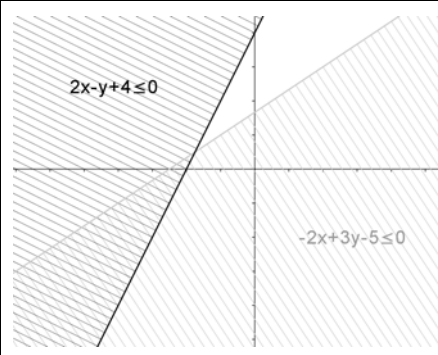
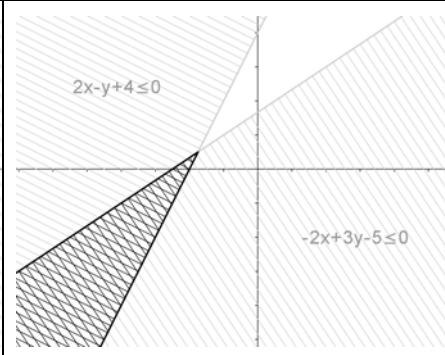
Alumnes: _____

3.3 Inequacions de primer grau amb dues incògnites: **Sistemes d'inequacions**

Aquests sistemes d'inequacions es resolen també gràficament. Com us mostra l'escena de Descartes, cal representar successivament el conjunt de solucions de cada inequació sobre un mateix diagrama cartesià, i determinar quina és la zona del pla que conté les solucions comunes a les dues, tres o més equacions que formen el sistema.


El següent exemple us mostra el procés que s'ha de seguir. Cas d'haver més de dues inequacions, s'ha de repetir el procediment amb cada nova inequació:

Per resoldre el sistema
$$\left. \begin{array}{l} -2x + 3y - 5 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \leq 0 \end{array} \right\} :$$

Representem el conjunt de solucions de la primera inequació	Representem el conjunt de solucions de la segona inequació	Destaquem la zona formada pels punts que pertanyen als dos conjunts de solucions
		

a) Llegiu tot el contingut de l'escena de Descartes. En la zona esquerra apareix u sistema d'inequacions i la representació del conjunt de solucions de la primera inequació.

Comproveu amb un exemple que el semiplà ombrejat és, efectivament, el corresponent al conjunt de solucions. Podeu comprovar, per exemple, si les coordenades del punt (0, 0) compleixen o no la inequació: si la compleixen, la zona ombrejada ha de ser el semiplà on està situat el (0, 0). Sinó, l'altre semiplà.

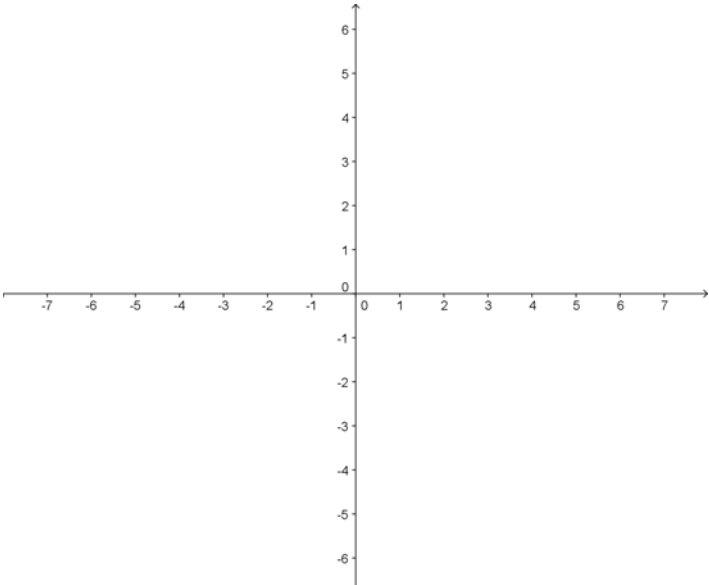
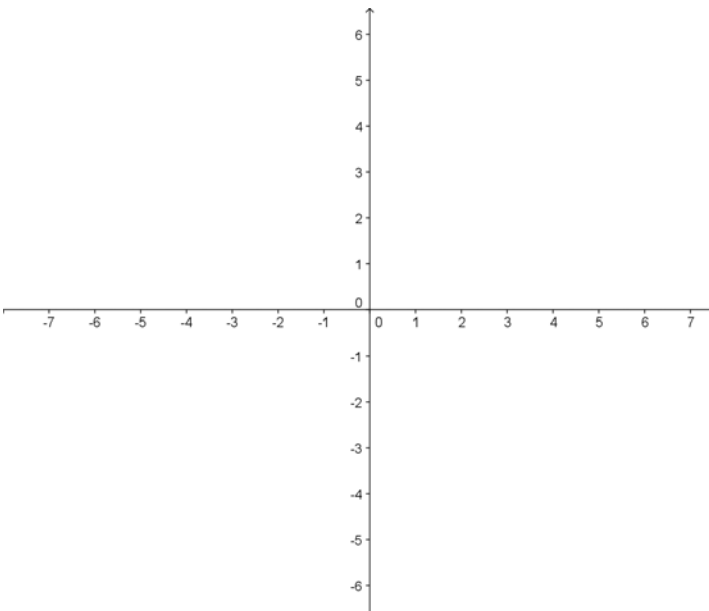
Premeu sobre la fletxa  per continuar amb l'activitat. Comproveu en cada pas que la informació presentada en pantalla és correcta. Visioneu dos o tres exemples fins que penseu que ho heu entés bé.

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

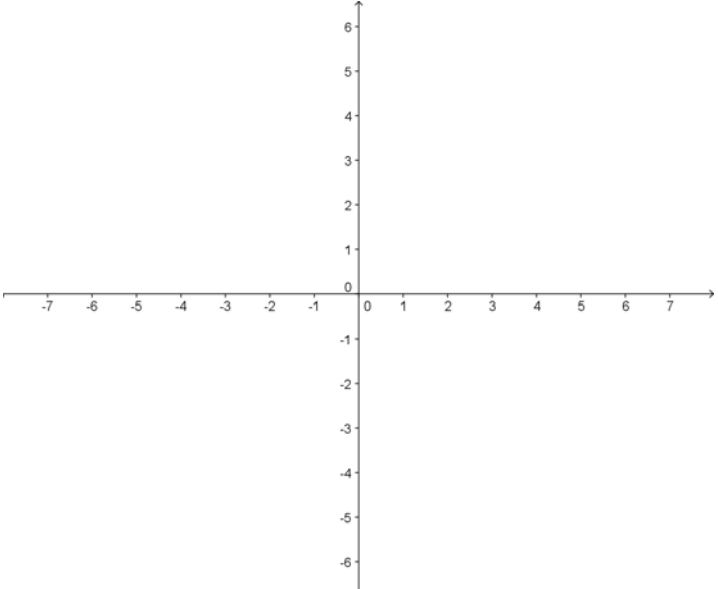
b) Resoleu en el vostre quadern els sistemes següents. Una vegada resolt cada un d'ells, copieu a la taula el resultat final:

Sistema	Solució gràfica
$\left. \begin{array}{l} x + y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \end{array} \right\}$	
$\left. \begin{array}{l} -2x + y + 2 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ y - 4 \leq 0 \end{array} \right\}$	

EXERCICIS AMB EL LLIBRE VIRTUAL

Data:

Alumnes: _____

Sistema	Solució gràfica
$\left. \begin{array}{l} -2x + y + 2 \geq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \\ 2x + y - 2 \geq 0 \end{array} \right\}$	
$\left. \begin{array}{l} x - 2y + 5 \geq 0 \\ 3x + y - 9 \leq 0 \\ 2x + 2y - 3 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$	