Descartes

matemáticas B

Alumno/a: ______________________________________ **I.E.S. NUEVO MILENIO**

1 Los números reales

Contenidos

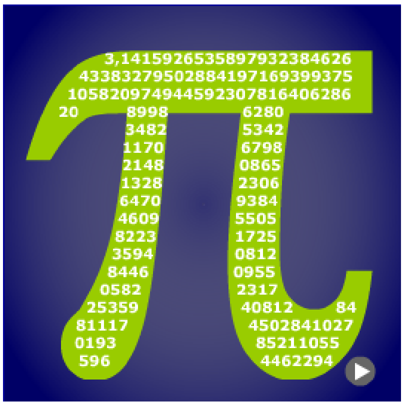
1. Números racionales e irracionales
   - Decimales periódicos
   - Fracción generatriz
   - Números racionales
   - Números irracionales
   - Números reales

2. Calculando con números reales
   - Aproximaciones
   - Medida de errores
   - Notación científica

3. La recta real
   - Ordenación de los números reales
   - Valor absoluto
   - Intervalos

Objetivos

- Clasificar los números reales en racionales e irracionales.
- Aproximar números con decimales hasta un orden dado.
- Calcular la cota de error de una aproximación.
- Representar en la recta números reales.
- Expresar y representar intervalos de números reales.
- Utilizar la calculadora para facilitar los cálculos.



Antes de empezar

Observa la animación que hay en esta página y responde a las siguientes preguntas:

a) ¿Qué es lo que se está representando en la animación?

b) ¿Están representadas en la imagen de la izquierda todas las cifras decimales que tiene el número pi? ______
c) ¿Cuál es o cuál podría ser la última cifra del número pi? ____________________________
d) ¿Cuántas cifras tiene el número pi? __________

Si tienes dificultades con las operaciones con fracciones puedes repasar pulsando el botón.

Pulsa para ir a la página siguiente.

1. Números racionales e irracionales

1.a. Decimales periódicos

- Lee el texto de pantalla.

a) ¿Cuándo hallamos la expresión decimal de una fracción cuántos tipos obtenemos? ________
b) ¿Cuáles son esos tipos de decimales? _________________, _______________ y ___________
c) ¿Por qué al dividir dos números siempre llega el momento en que se repiten las cifras del cociente?____

- Con ayuda de la escena obtén la expresión decimal de las siguientes fracciones:

a) $\frac{12}{7} =$ b) $\frac{31}{15} =$ c) $\frac{17}{8} =$

b) Escribe diferentes ejemplos de fracciones cuya expresión decimal sea:

Exacta					
Periódica pura					
Periódica mixta					

- Pulsa en el botón para hacer unos ejercicios.

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.b. Fracción generatriz

- Veamos ahora como obtener a partir de una expresión decimal exacta o periódica su fracción generatriz. Mira la escena de la izquierda y apoyándote en ella determina la fracción generatriz de tres expresiones decimales de cada tipo:

Exacta			
Periódica pura			
Periódica mixta			

- Se pueden obtener tres reglas para construir mecánicamente una fracción generatriz para cada tipo de expresión decimal. Esas reglas son las siguientes:

Exacta		Ejemplo:
Periódica pura		Ejemplo:
Periódica mixta		Ejemplo:

- Pulsa en el botón para hacer unos ejercicios. Insiste hasta que no cometas ningún error.

Pulsa para ir a la página siguiente.

1.c. Números racionales y su representación gráfica

- Toma regla y compás que vamos a representar fracciones (números racionales) en una recta. A cada fracción le va a corresponder un punto de la recta. Haz al menos los ejemplos que se indican a continuación:

Representación de un decimal periódico cuyo valor está entre 0 y 1.	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$

Representación de un decimal periódico cuyo valor es mayor que 1.	$\frac{19}{4}$	$\frac{22}{3}$
Representación de un decimal periódico negativo.	$-\frac{23}{5}$	$-\frac{7}{3}$

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

1.d. Números irracionales. Representación gráfica de algunos de ellos

- Toma regla y compás y siguiendo el ejemplo de la escena representa:

Representación gráfica de $\sqrt{2}$.

- ¿Por qué $\sqrt{2}$ no es un número racional? ____
____

- A los números que no son racionales se les denomina: __________________
- Lee y comprende la demostración de por qué $\sqrt{2}$ no es un número racional.

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

1.e. Números reales.

- Toma regla y compás y siguiendo el ejemplo de la escena representa:

Representación gráfica de $\sqrt{3}$.
Representación gráfica de $\sqrt{7}$.
Representación gráfica de $\sqrt{17}$.

EJERCICIOS para practicar

6. Calcula la fracción generatriz:

a) 2,3751000

b) 43,666...

c) 4,3666...

2. Representa en la recta:

a) 2/3 b) 19/4 =4 + 3/4 c) -23/5 = -5 + 2/5

3. Determina qué tipo de decimales son los siguientes:

$a)\ \frac{92}{73} \quad b)\ \frac{57}{22} \quad c)\ \frac{27}{36}$

4. Representa $\sqrt{17}$:

5. Decide si los siguientes números son racionales o irracionales:

-5,
0,
$\pi/2$,
$\sqrt{16}$,
7/3,
2,313131….,
$\sqrt{15}$,
1,01001000100001… ,
-4/5,
4,65

Pulsa para ir a la página siguiente.

2. Calculando con números reales

2.a. Aproximaciones

- Lee el texto de la página y después fíjate en la descripción que se hace en la escena de lo que es una aproximación por defecto y por exceso, y después la diferencia entre truncar y redondear.
  a) En la aproximación por defecto de un número la aproximación es siempre ________ que dicho número. Por ejemplo:
     a. Al aproximar por defecto 1,66666666… hasta las diezmilésimas tenemos el número: ____________________
     b. Al aproximar por defecto 3,1415926535… hasta las milésimas tenemos el número: ____________________
  b) En la aproximación por exceso de un número la aproximación es siempre ________ que dicho número. Por ejemplo:
     a. Al aproximar por exceso 1,66666666… hasta las diezmilésimas tenemos el número: ____________________
     b. Al aproximar por exceso 3,1415926535… hasta las milésimas tenemos el número: ____________________
  c) Al truncar un número siempre tenemos una aproximación por __________.
  d) Al redondear un número obtenemos una aproximación por defecto si la cifra siguiente a la que se aproxima es ________________________ y una aproximación por exceso si la cifra siguiente a la que se aproxima es ____________________________.

- Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

El radio de una circunferencia es de 3,96 metros. Utilizando el valor de π que te da la calculadora averigua:
1. La longitud de la circunferencia, truncando el resultado a los centímetros.
2. La longitud de la circunferencia, redondeando el resultado a los centímetros.
3. El área del círculo, truncando el resultado a los centímetros cuadrados.
4. El área del círculo, redondeando el resultado a los centímetros cuadrados.

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Medida de errores

- Lee el texto que se incluye en la parte derecha de la página y
  a) Define que es el error absoluto que se comete en una aproximación:

  b) Define el error relativo que se comete en una aproximación:

  c) ¿Qué es el porcentaje de error?

- Fijándote en la escena completa la siguiente tabla para el número $\frac{266}{974}$

	Aproximación por defecto	Error absoluto	Error relativo	Aproximación por exceso	Error absoluto	Error relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimales						
3 cifras decimales						
4 cifras decimales						

Haz lo mismo para el número $\frac{5}{270}$

	Aproximación por defecto	Error absoluto	Error relativo	Aproximación por exceso	Error absoluto	Error relativo
1 cifra decimal						
2 cifras decimales						
3 cifras decimales						
4 cifras decimales						

- Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Copia el enunciado y los datos para cada ejercicio:

Ejercicio 1:

Ejercicio 2

Pulsa para ir a la página siguiente.

2.c. Notación científica

- Lee detenidamente la explicación de la escena interactiva y ve rellenando el siguiente cuadro:

	Notación usual	Notación científica
Diámetro de la galaxia de Andrómeda en años-luz		
Distancia a la Tierra de Andrómeda en años-luz		
Velocidad de la luz en km/s		
Diámetro de Andrómeda en km		
Distancia a la Tierra de Andrómeda en km		
Tamaño de una pulga en mm		
Tamaño de la arista de un cristal de silicio en mm		
Tamaño de la escama del ala de una mariposa en mm		
Tamaño de una bacteria del cólera en mm		
Tamaño de un virus en mm		
Tamaño de un átomo de oxígeno en mm		

- ¿Por qué es conveniente utilizar la notación científica cuando trabajamos con números muy pequeños o muy grandes?

- Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Copia el enunciado y los datos para cada ejercicio:

Ejercicio 1:

Ejercicio 2. Pasar de forma científica a decimal. Realiza cinco ejercicios de este tipo:

Científica	Decimal

Ejercicio 3. Pasar de forma decimal a científica. Realiza cinco ejercicios de este tipo:

Decimal	Científica

Ejercicio 4.

Ejercicio 5.

EJERCICIOS para practicar

1. El radio de una circunferencia es 3,96 m. Utilizando la calculadora y el valor de π que da, calcula:

a) La longitud de la circunferencia truncando el resultado a cm.

b) La longitud de la circunferencia redondeando el resultado a cm

c) El área del círculo truncando a cm^2

d) El área del círculo redondeando a cm^2

2. Los radares de tráfico miden la velocidad de los coches en calles y carreteras. La legislación vigente tiene en cuanta que en toda medición se cometen errores por eso concede un margen de error del 10% (o un error relativo de 0,10). Teniendo esto en cuenta calcula la velocidad máxima a que puede ir un coche sin infringir la ley en los casos:
   a) Autopista con límite de velocidad de 120 km/h
   b) Carretera con límite de velocidad de 90 km/h
   c) Vía urbana con límite de velocidad de 50 km/h

3. Escribe en notación científica o en notación decimal respectivamente:
   a) 0,000000002145 = b) $3,589 \cdot 10^{9}$ =
   b) 1523000000000 = d) $5,267 \cdot 10^{-5}$=

Pulsa para ir a la página siguiente.

3. La recta real

3.a. Aproximaciones

- Lee el texto de la página y de la escena y desde ella accede al vídeo que nos relata la carrera en la determinación de las cifras del número pi.
- ¿Qué sentido tiene esa carrera?

- ¿Tiene alguna aplicación práctica el conocer cien millones de cifras de pi?

- ¿Y un googol de cifras de pi?

- Cada punto en la recta real se corresponde con un _________________
- Cada número real es representable como un punto en ______________________

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.b. Distancias entre números. Valor absoluto.

- Lee el texto de esta página y las diferentes pantallas en la escena. Responde las siguientes preguntas:
  a) ¿A qué denominamos valor absoluto de un número?

  b) ¿Cómo se representa el valor absoluto del número a?

  c) La distancia del punto en la recta real que representa al número a es:

d) Dados dos números a y b la distancia entre los puntos que los representan es:

e) ¿Cuál es la desigualdad triangular en el valor absoluto?

f) ¿Cúando $|a+b|=|a|+|b|$?

g) ¿A qué es igual el valor absoluto del producto de dos números? ¿Y el valor absoluto del cociente?

- Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Ejercicio 1. Para cinco ejemplos que te proponga la escena escribe y calcula:

a	b	|a|	|b|	d(a, b)

Ejercicio 2. Para cinco ejemplos que te proponga la escena escribe y calcula:

a	b	|a+b|	|a-b|	$\|a \cdot b\|$	$\|\frac{a}{b}\|$

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Intervalos

- Lee el texto de esta página y las diferentes pantallas en la escena. Responde las siguientes preguntas:
  a) ¿A qué denominamos intervalo de extremos a y b? ______________________________
  ____

  b) Escribe matemáticamente la definición de los diferentes tipos de intervalos:

Intervalo	Ejemplo	Representación gráfica
$[a,b]=$		
$(a,b)=$		
$[a,b)=$		
$(a,b]=$		
$(-\infty,b]=$		
$[a,+\infty)=$		

c) ¿Qué es un entorno simétrico de centro c y radio r. Escríbelo matemáticamente, pon un ejemplo y represéntalo.

d) ¿Qué es la longitud de un intervalo? Pon varios ejemplos.

- Pulsa en el botón para hacer los ejercicios que ahí se proponen.

Repítelos tantas veces como sea necesario hasta que no te equivoques.

EJERCICIOS para practicar

1. Ordenar de menor a mayor:

   a) $5{,}9750910^{8}$ b) $6{,}1031410^{-6}$ c) $\frac{-8243924}{5560}$ d) $\frac{5952091}{4605}$ e) $\sqrt{30694}$ f) $-\sqrt{6320}$

2. El radio de una circunferencia es de 4 m. Calcula su longitud
   2.1. Truncando el resultado primero a cm y luego a m.

   2.2. Redondeando el resultado primero a cm y luego a m

3. Calcula el valor absoluto de los números a=-3 y b=5, y la distancia entre ellos.

4. Calcula |a+b| |a-b| |a·b| y |a/b|

5. Indica qué puntos pertenecen al intervalo en cada caso:
   5.1. Intervalo (-74,-52]. Puntos: a) −53 b) −74 c) 11
   5.2. Intervalo (-∞,75]. Puntos: a) 32 b) 75 c) 76

Pulsa para ir a la página siguiente.

Recuerda lo más importante – RESUMEN

Los números reales están compuestos por los ____________ y por los ___________.

Los número racionales pueden escribirse siempre como una ___________ y su expresión decimal es _________________________.

La expresión decimal de un número irracional es ________________________________. Un número irracional no puede escribirse como una ____________.

¿Qué diferencia ua aproximación pro defecto y una por exceso? __________________________ ____.

¿Qué es redondear? ____.

¿Qué es truncar? ____.

El error absoluto cometido en una aproximación es: __________________________________.

El error relativo es: ____.

La notación científica se utiliza para representar números ________________y _____________. Con esta notación se observa rápidamente el orden de ___________ del número representado. Para que un número esté en notación científica ha ___________________________________ ____.

El valor absoluto de un número nos da la distancia del punto que representa ese número en la recta real al _____.

La distancia entre dos números a y b viene dada por el valor absoluto de ____________.

Un intervalo abierto de extremos a y b es ____. Se denota como ____________ y gráficamente se representa:

Un intervalo cerrado de extremos a y b es ____. Se denota como ____________ y gráficamente se representa:

Un intervalo semiabierto a la izquierda de extremos a y b es __________________________ ____________________________. Se denota como ____________ y gráficamente se representa:

Pulsa para ir a la página siguiente.

Para practicar

Ahora vas a practicar resolviendo distintos EJERCICIOS. En las siguientes páginas encontrarás EJERCICIOS de

- **Operaciones con números racionales**
- **Tipos de aproximaciones**
- **Cálculos aproximados**
- **Intervalos**

Procura hacer al menos uno de cada clase y una vez resuelto comprueba la solución.

Completa el enunciado con los datos con los que te aparece cada EJERCICIO en la pantalla y después resuélvelo.
Es importante que primero lo resuelvas tú y después compruebes en el ordenador si lo has hecho bien.

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Operaciones con números racionales

1. Calcula los valores exactos de A+B y de B+C. A= _________ B= _________ C= _________	
2. Calcula los valores exactos de A-B, C-A y B-C. A= _________ B= _________ C= _________	
3. Calcula los valores exactos de A·B, A·C y B·C. A= _________ B= _________ C= _________	
4. Calcula los valores exactos de A/B , de C/A y de B/C. A= _________ B= _________ C= _________	

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Tipos de aproximaciones	
5. Aproximar radicales. Considerando como exacto el valor de $\sqrt{\_\_\_\_\_}$ = ___________. Escribir las aproximaciones por defecto, por exceso y redondeos de orden primero, segundo, tercero, cuarto y quinto.	
6. Medidas aproximadas. La cinta métrica que aparece tiene divisiones hasta el medio centímetro. La utilizamos para medir una varilla y obtenemos el valor: _____________. ¿Entre qué valores exactos se encuentra la longitud real, suponiendo que ese valor es: a) por defecto, b) por exceso, c) redondeo a cm.	
7. Poblaciones aproximadas. Nos dicen que la población de esta ciudad es _____________ habitantes y que las 4 primeras cifras de esta cantidad son significativas. ¿Entre qué valores se halla realmente la población dela ciudad?	
Cálculos aproximados	
8. Suma y producto. Los valores X=__________ e Y=____________ son sendas aproxiamciones por defecto de dos números reales desconocidos A y B. Averigua entre qué valores exactos se hallan A+B y A·B y con qué precisión pueden darse los resultados.	
9. Calcular longitud. Debido a unas obras se quiere rodear la fuente de la imagen con una tela metálica protectora. Utilizando un flexómetro gradudado en milímetros, se obtiene la longitud del diámetro de la fuente que es: _____________. Calcula la longitud de la tela metálica usando el número pi con la cantidad de cifras decimales adecuada.	

10. Calcular superficie. Copia el enunciado y resuelve.	

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Intervalos

Copia los intervalos y realiza cinco ejercicios de cada tipo

11. Del tipo: Intersección
- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

12. Del tipo: unión
- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

13. Del tipo: diferencia
- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

14. Del tipo: -A
- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

Autoevaluación

Completa aquí cada uno de los enunciados que van apareciendo en el ordenador y resuélvelo. A continuación, introduce el resultado en el ordenador para comprobar si la solución que has obtenido es correcta.

1. Escribe la fracción generatriz del número __________.

2. La milla inglesa mide 1609,34 m, redondea a km _______ millas

3. ______________________________________
____

4. Calcula el error absoluto y el relativo (en %) que comentemos cuando aproximamos ____________ por ____________.

5. Con la calculadora escribe un redondeo y un truncamiento a las milésimas de _________.

6. El número ____________ es una aproximación de x con una cota de error absoluto de _______________ ¿entre qué valores está el número exacto x?

7. Calcula con tres cifras significativas el número de moléculas de un gas que, en condiciones normales, cabe en una pelota de __________ de radio.

8. Escribe el intervalo de la figura dibujándolo previamente.

9. Escribe el intervalo formado por los números x que cumplen _______________

10. _____________________________________
____

Para practicar más

1. Dados los números:

A=2,7 B=3,292929... C=0,01030303...

Calcula los valores exactos de A+B,C-A y A·C. (Debes calcular las fracciones generatrices de A, B y C y restar).

2. Considerando 7,4833147735.... como el valor exacto de $\sqrt{56}$, escribe las aproximaciones por defecto, por exceso y redondeos de orden primero y segundo (décimas y centésimas, respectivamente).

3. La cinta métrica que aparece abajo tiene unas divisiones hasta el medio cm. La utilizamos para medir una varilla y obtenemos el valor que se muestra en ella. ¿Entre qué valores exactos se encuentra la longitud real, suponiendo que ese valor es: a)por defecto; b) por exceso; c) redondeo a cm.

Las aproximaciones pueden utilizarse también con números enteros. Para generalizar esta idea usaremos el concepto de cifras significativas: "*Si un número N es un valor aproximado de otro número P, diremos que N tiene n cifras significativas si las primeras n cifras de N coinciden con las n primeras cifras de P. (No se consideran cifras significativas los ceros cuya única finalidad es situar la coma decimal)*". La definición anterior es bastante intuitiva pero no siempre es correcta del todo., por ello precisamos un poco más: "*Diremos que N tiene n cifras significativas si el número formado con las n primeras cifras de N difiere del número formado con las n primeras cifras de P (eliminando las comas decimales si las hubiera) en menos de 0,5*".

4. Nos dicen que la población de una ciudad es de 1579000 habitantes y que las 4 primeras cifras de esta cantidad son significativas. ¿Entre qué valores se halla realmente su población?

5. Los valores X=6,235 e Y=92,88 son sendas aproximaciones por defecto de dos números reales desconocidos A y B. Averigua entre qué valores exactos se hallan A+B y A·B y con qué precisión pueden darse los resultados.

6. Debido a unas obras se quiere rodear la fuente de la imagen con una tela metálica protectora. Utilizando un flexómetro graduado en mm, se obtiene la longitud del diámetro que se indica. Calcula la longitud de la tela metálica usando el número pi con la cantidad de decimales adecuada.

7. La distancia media de Júpiter al Sol es de $7{,}7833\cdot10^8$ km. Todas las cifras son significativas y suponemos que la órbita del planeta alrededor del Sol es circular. Calcula: a) La cota de error en km; b)El área del círculo que describe el planeta.

Dados dos subconjuntos, A y B, de un cierto conjunto de referencia, E, su intersección, A ∩ B, es el conjunto de elementos comunes a ambos; su unión, AUB, es el conjuntos formado por todos los elementos de A y todos los de B; su diferencia, A-B, es el conjunto formado por todos los elementos de A que no pertenecen a B. El complementario de A, -A, es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto de referencia que no pertenecen a A.

8. Determina los conjuntos A∩B, AUB, A-B y -A en los casos siguientes:

1. A = [-11,-9] B = (-1,6)
2. A = [-5,5] B = (3,4)
3. A = [-2,7] B = (-2,6)