TASA DE VARIACIÓN

Consideremos una función $y = 2x - 5$ Si la variable independiente **x** pasa de un valor **0** a un valor **1**, entonces la variable dependiente **y** pasa de un valor **f(0)** a un valor **f(1).**

x	y=f(x)
0	-5
1	-3
5	5

La diferencia que experimenta la variable x al pasar de de 0 a 1 se llama incremento de x, y la que experimenta la variable y al pasar de -5 a 3 incremento de y o también **tasa de variación de la función en el intervalo [01].**

En definitiva la **Tasa de Variación** es $\boxed{\text{T.V.= f(b)-f(a)}}$

En la escena correspondiente a este apartado están representadas las funciones **$y=x^2$, y=x, y=raíz(x).**

Realiza las actividades allí propuestas y toma nota de los resultados en las siguientes tablas

Función	Imagen de a=1	Imagen de b=4	Incremento
$f(x)=x^2$			
$g(x)=x$			
$h(x)=\sqrt{x}$			

Los valores que encuentras para que el valor de la variación sea 3, en cada caso son

Función	Valor inicial	Valor final	Variación
$f(x)=x^2$			3
$g(x)=x$			3
$h(x)=\sqrt{x}$			3

Son iguales los valores de a y b en cada función. ¿Cuál varía más deprisa?. A veces conviene relativizar los cálculos encontrados, así pasamos al concepto de **Tasa de Variación Media**.

En la escena correspondiente a este concepto te proponen que calcules la **T**asa de **V**ariación **M**edia de las funciones que aquí te escribo en los intervalos propuestos.

Recordando $\boxed{\text{T.V.M.} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$

	$f(x)=x^2$	$g(x)=x$	$h(x)=\sqrt{x}$
[0,4]			
[2,4]			
[4,6]			
[6,8]			

Alumno/a

Completa la siguiente tabla con la determinación de las tasas de variación media correspondientes:

	$f(x)=3x$	$g(x)=3x-2$	$h(x)=3x+2$	$j(x)=x^2$	$s(x)=x^3$
[-2,0]					
[-1,1]					
[0,2]					
[1,2]					
[a,a+1]					

Has calculado **la Tasa de Variación Media** de una serie de funciones en unos intervalos determinados. ¿El valor que has encontrado es válido para cada punto que pertenece a ese intervalo?

Pasa a leer el concepto de Tasa de Variación Instantánea, observa la escena de la función $\mathbf{f(x)=-x^2+5x-2}$ y realiza las actividades allí propuestas apuntando los resultados aquí.

Recuerda b=a+h y que $\boxed{\text{T.V.M.} = \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}}$

	h=0.5	**h=0.1**	**h=0.05**	**h=0.01**	**h=0.005**	**h=0.001**	**h=0.0005**	**h=0.0001**	**T.V.I.**
a=1									
a=2									
a=4									

Con estas actividades has llegado a la conclusión de que la **T. V. I.** de **f(x)** en el punto **x=a** es el límite de las **T. V. M.** cuando **h** tiende a **0.**

$$\boxed{\text{T.V.I.} = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$$

Para esta función, rellena la siguiente tabla.

f'(1)=	
f'(2)=	
f'(4)=	

Completa la siguiente tabla para la función $\mathbf{f(x)=2x^3}$ en **a=1**

h	**1**	**0.5**	**0.1**	**0.01**	**0.001**	
a+h						**f(1)=**
f(a+h)						
f(a+h)-f(a)						**T.V.I.**
[f(a+h)-f(a)]/h						

Completa la siguiente tabla para la función **$f(x)=x^3-1$** en **a=2**

h	1	0.5	0.1	0.01	0.001	
a+h						f(2)=
f(a+h)						
f(a+h)-f(a)						T.V.I.
[f(a+h)-f(a)]/h						

A la **T**asa de **V**ariación **I**nstantánea de una función en un punto se la conoce con el nombre de **Derivada** de la función en ese punto y el proceso de cálculo efectuado en estas dos tablas servirá para calcular la derivada de una función en un punto. Son los tres primeros pasos de un proceso denominado la Regla De Los Cuatro Pasos y que veremos después de que veas la interpretación gráfica de la Derivada de una función en un punto.

Recordando $\boxed{f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}}$

REGLA DE LOS CUATROS PASOS.

Dada la función **$f(x)=2x^2-3x$**, calcula **f´(1)** y **f´(2)**.

f(1)=		f(2)=	
f(1+h)=		f(2+h)=	
f(1+h)-f(1)=		f(2+h)-f(2)=	
[f(1+h)-f(1)]/h=		[f(2+h)-f(2)]/h=	
$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=$		$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=$	

La trayectoria de un móvil en función del tiempo viene dada por **$e(t)=t^2-t$**. Si **t** se mide en segundos y **e** en metros, halla:

a) La velocidad media entre **t=1** y **t=6**.

b) La velocidad real en el instante **t=4**.

Recordando

La derivada de una función en un punto coincide con la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en dicho punto.

Halla la pendiente de la recta tangente a la curva **f(x)=3 / (x-2)** en el punto de abscisa **x=4**.

f(4)=			
f(4+h)=		**f(4+h)-f(4)=**	
[f(4+h)-f(4)]/h=		$\lim_{h\to 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$	

Hemos estudiado cómo calcular la derivada de una función **f(x)** en un punto **x=a**. Si ahora queremos calcular la derivada de **f(x)** en dos o más puntos, tendremos que repetir los cálculos para cada uno de ellos.

La forma de evitar la repetición de los cálculos es determinar la **función derivada** para un punto **x** genérico, y después sustituir los puntos deseados.

Para comprender el concepto de **función derivada** observa la escena siguiente.

Si te has fijado en la explicación puedes calcular la **Función Derivada** siguiendo la **Regla de los Cuatro Pasos** de forma generalizada aplicándola a un valor genérico **x** (variable independiente) en vez de a un valor en concreto **a**.

Una vez que has resuelto los ejercicios con la escena calcula siguiendo el mismo proceso la función derivada de las funciones propuestas a continuación.

	$F_1(x)=-2x+5$		$F_2(x)=x^2-2x-3$
f(x+h)=		**f(x+h)=**	
f(x+h)-f(x)=		**f(x+h)-f(x)=**	
[f(x+h)-f(x)]/h=		**[f(x+h)-f(x)]/h=**	
$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$		$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$	

	$F_3(x)=1/x$		$F_4(x)=\sqrt{x}$
$f(x+h)=$		$f(x+h)=$	
$f(x+h)-f(x)=$		$f(x+h)-f(x)=$	
$[f(x+h)-f(x)]/h=$		$[f(x+h)-f(x)]/h=$	
$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$		$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$	

	$F_5(x)=K$		$F_6(x)=x$
$f(x+h)=$		$f(x+h)=$	
$f(x+h)-f(x)=$		$f(x+h)-f(x)=$	
$[f(x+h)-f(x)]/h=$		$[f(x+h)-f(x)]/h=$	
$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$		$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$	

	$F_7(x)=x^2$		
$f(x+h)=$		$[f(x+h)-f(x)]/h=$	
$f(x+h)-f(x)=$		$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=$	

En la escena siguiente se te propone que modifiques ciertos valores de los pulsadores para obtener las funciones derivadas. Toma nota aquí de los resultados.

$F(x)=x^2$	$F'(x)=$
$F(x)=x^4$	$F'(x)=$
$F(x)=x^6$	$F'(x)=$
$F(x)=x^8$	$F'(x)=$

$F(x)=x^3$	$F'(x)=$
$F(x)=x^5$	$F'(x)=$
$F(x)=x^7$	$F'(x)=$
$F(x)=x^9$	$F'(x)=$

Entonces la derivada de $F(x)=x^n$ **es** $F'(x)=$

Ahora podemos calcular derivadas de funciones que tengan como característica un polinomio.

CÁLCULO DE DERIVADAS

$f(x)=6x^5-7x^4+6x^3-7$	$f'(x)=$
$f(x)=5x^4+3x^2+(1/x)$	$f'(x)=$

Continúa con las funciones logarítmicas y trigonométricas

En la escena siguiente puedes trabajar con 7 funciones (valor del parámetro función del 1 al 7).

Poniendo el parámetro derivada a 1 se muestra también la derivada de la función. Pero para averigües el conocimiento tienes de las derivadas de las funciones logarítmicas, exponenciales y trigonométricas, pon el parámetro derivada a 0 y selecciona una función de 1 a 7. Calcula la derivada de la función propuesta:

f(x)= ln(x)	**f'(x)=**
f(x)=$\log_{10}$(x)	**f'(x)=**
f(x)=sen(x)	**f'(x)=**
f(x)=cos(x)	**f'(x)=**
f(x)=tg(x)	**f'(x)=**
f(x)=e^x	**f'(x)=**
f(x)=2^x	**f'(x)=**

Ahora reemplaza la entrada editable g(x) por la supuesta función derivada y pon el parámetro derivada a 1 para comprobar si la entrada de la función derivada ha sido correcta.

Pulsar Inicio y repite para otra función.

Efectúa el mismo proceso con estas 10 funciones propuestas.

f(x)=x^3-3x^2+2x+1	**f'(x)=**
f(x)=x ln (x)	**f'(x)=**
f(x)=x sen(x)	**f'(x)=**
f(x)=x e^x	**f'(x)=**
f(x)=sen(x)+cos(x)	**f'(x)=**
f(x)=sen(x) cos(x	**f'(x)=**
f(x)=x / (x+1)	**f'(x)=**
f(x)=(x^2+1) / (x+1)	**f'(x)=**
f(x)=sen(x) / x	**f'(x)=**
f(x)=ln(x) / x	**f'(x)=**

Efectúa el mismo proceso con estas funciones y comprueba con el solucionario que has calculado bien la función derivada:

f(x)=x^(-5)	f'(x)=
f(x)=$\log_3$(x)	f'(x)=
f(x)=7^x	f'(x)=
f(x)=x^3-3*x+7	f'(x)=
f(x)=x+(5/x)	f'(x)=
f(x)=-2/raiz2(x)	f'(x)=
f(x)=x^3/raiz2(x)	f'(x)=
f(x)=x*raiz2(x)	f'(x)=
f(x)=1/sen(x)	f'(x)=
f(x)=1/cos(x)	f'(x)=
f(x)=x^2*ln(x)	f'(x)=
f(x)=sen(x)*ln(x)	f'(x)=
f(x)=x^2/(2*x+1)	f'(x)=