Movimiento Armónico Simple

Estudio cinemático, dinámico y energético

Objetivos

- Identificar el M.A.S. como un movimiento rectilíneo periódico, oscilatorio y vibratorio
- Saber definir e identificar las principales magnitudes físicas que intervienen en él
- Entender la utilidad de usar la relación existente entre el M.A.S. y el Movimiento Circular Uniforme para deducir las expresiones matemáticas
- Aprender a deducir las expresiones matemáticas que relacionan las magnitudes que intervienen en el fenómeno
- Visualizar, con aplicaciones interactivas, las relaciones gráficas de las magnitudes con el tiempo y con la posición, y saber interpretar las gráficas
- Aprender a aplicar la teoría al estudio de un resorte

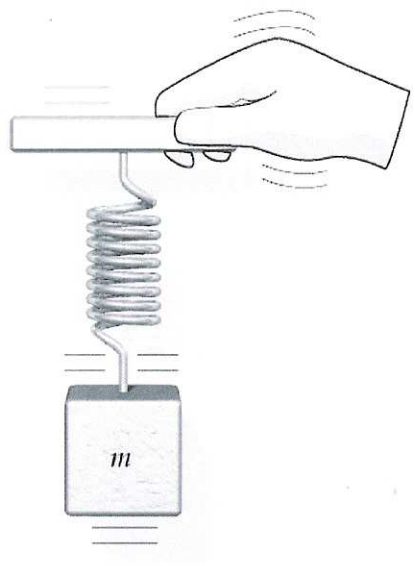
Definiciones

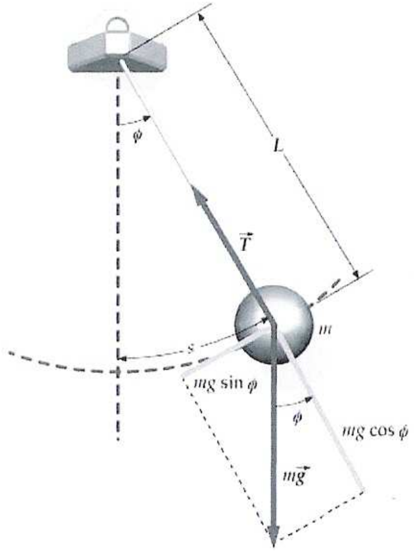
- Movimiento periódico. Un movimiento es periódico cuando a intervalos iguales de tiempo, todas las variables del movimiento (velocidad, aceleración, etc.) toman el mismo valor. Por ej. el giro de la Tierra alrededor del Sol

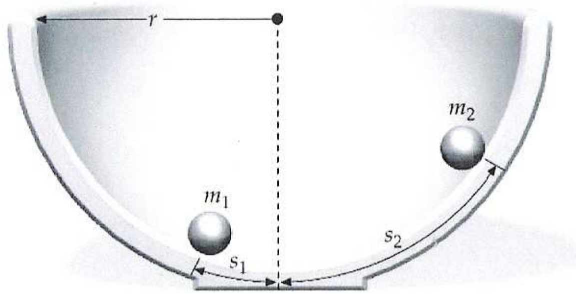
- Movimiento oscilatorio. Es un movimiento **periódico** en el que la distancia del móvil al centro de oscilación pasa, alternativamente, por un valor máximo y otro mínimo. Por ej. un péndulo

- Movimiento vibratorio. Es un movimiento oscilatorio que tiene su origen en el punto medio y en cada vibración pasa por él. Las separaciones a ambos lados del centro se llaman **amplitudes** y son iguales. Por ej. una varilla sujeta por un extremo a la que damos un impulso en el otro. La varilla vibra

- Movimiento Armónico Simple (M.A.S.). Es un movimiento vibratorio, por lo tanto periódico y oscilatorio







El movimiento de los planetas alrededor del sol y de los satélites alrededor de la Tierra se repite cada cierto tiempo

Si estiramos ligeramente un muelle del que pende un cuerpo y lo dejamos en libertad, el peso que cuelga se desplaza arriba y debajo de la posición inicial

Estos fenómenos, y otros muchos, que se repiten de forma idéntica cada cierto intervalo de tiempo, se dice que son periódicos

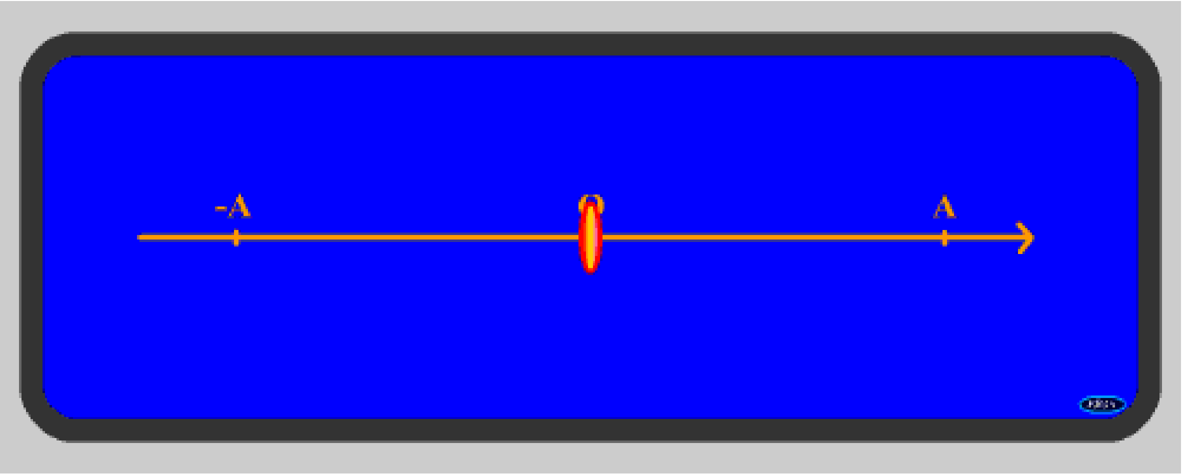
El péndulo de un reloj oscila a un lado y a otro, marcando el tiempo

Movimiento Armónico Simple (MAS)

Una partícula describe un Movimiento Armónico Simple (M.A.S.) cuando se mueve a lo largo del eje X, estando su posición *x* dada en función del tiempo *t* por la ecuación

$$\boldsymbol{x = A \operatorname{sen} (wt + \varphi)}$$

Donde A es la amplitud, w la frecuencia angular o pulsación, w t + φ la fase y φ o φ_o la fase inicial (w = 2 $\boldsymbol{\pi / T}$)



Movimiento Armónico Simple (MAS)

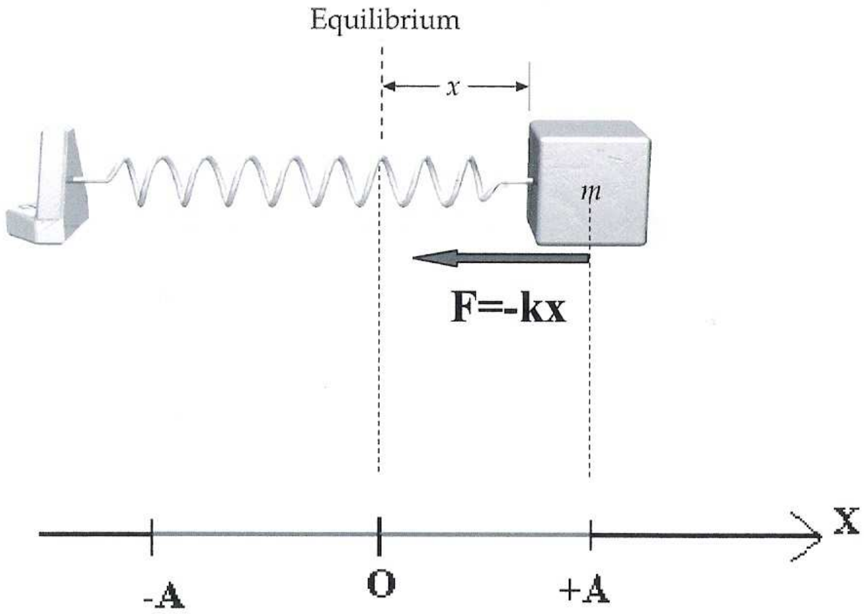
La ecuación que determina la posición es una función matemática seno o coseno, por eso les llamamos **funciones armónicas**, y el movimiento descrito por estas funciones se llama movimiento armónico.

$$\mathbf{x = A\ sen(w\ t + \varphi)\ o\ x = A\ sen(w\ t\ )\ si\ \varphi = 0}$$

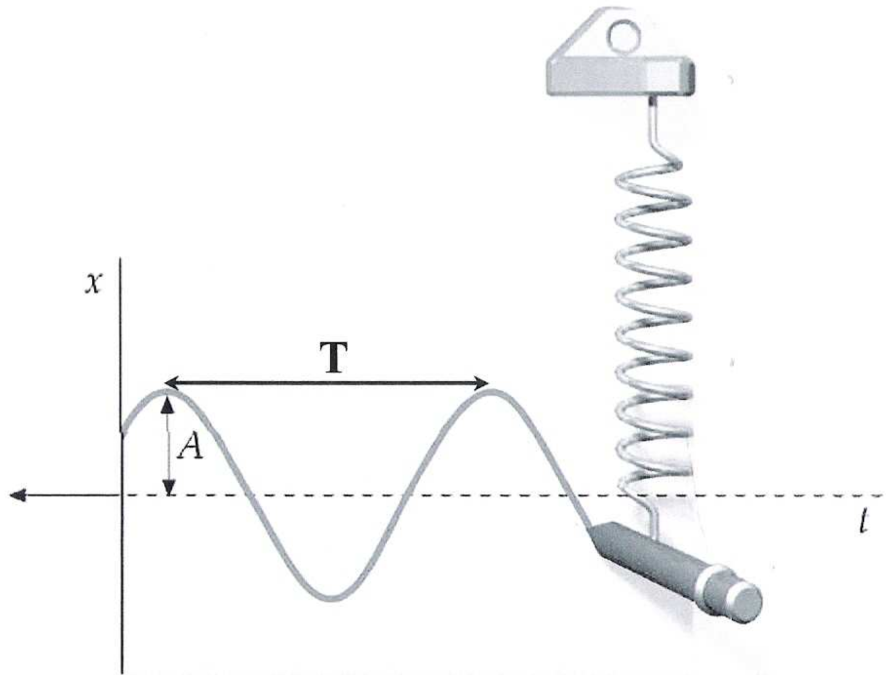
Todas las expresiones del M.A.S, velocidad, aceleración, fuerza, etc., contienen la función matemática senoidal o cosenoidal.

No se consideran las atenuaciones producidas por el medio, por lo que al movimiento así simplificado se le llama **simple**.

Cuerpo unido a un muelle horizontal



Evolución temporal: x(t)



Características del MAS

Es periódico, pues cada cierto tiempo, las variables del movimiento vuelven a tomar el mismo valor

Es oscilatorio o vibratorio pues el cuerpo oscila alrededor de la posición de equilibrio (sobre un plano constante)

Es un movimiento rectilíneo con cambio de sentido: el cuerpo se mueve entre dos puntos separados de la posición de equilibrio la misma distancia (la amplitud de la oscilación)

Se describe mediante una función armónica, seno o coseno:

$$x = A\,\mathrm{sen}(wt+\varphi) \quad \text{o} \quad x = A\cos(wt+\varphi)$$

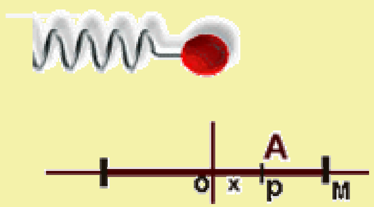
Como los valores máximo y mínimo de la función seno son +1 y -1, el movimiento se realiza en una región del eje X comprendida entre +*A* y –*A*

La función seno es periódica y se repite cada 2π, por tanto, el movimiento se repite cuando el argumento de la función seno se incrementa en 2π, es decir, cuando transcurre un tiempo *T* tal que $w(t+T) + \varphi = w\,t + \varphi + 2\pi$

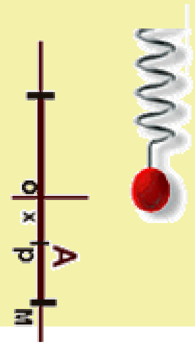
Magnitudes que caracterizan un MAS

- **Elongación(x o y):** distancia entre la posición de equilibrio y la que ocupa el móvil en cada instante
- **Amplitud(A):** elongación máxima o máxima separación de la posición de equilibrio
- **Período(T):** tiempo que tarda en producirse una oscilación completa
- **Frecuencia(ν):** número de oscilaciones completas en un segundo
- **Fase inicial o desfase(φ_0):** permite determinar la posición del móvil cuando comenzamos a estudiar su movimiento
- **Fase(wt+ φ_0):** argumento de la función trigonométrica que nos permite calcular la posición del móvil en cualquier instante
- **Frecuencia angular o pulsación(w):** frecuencia multiplicada por 2π

El espacio recorrido por el móvil entre dos pasos sucesivos por el mismo punto y en el mismo sentido es una **oscilación completa**



El punto O es la posición central o de equilibrio



MAS Y MCU

Cuando un objeto gira con movimiento circular uniforme sobre una circunferencia, su proyección sobre el diámetro coincide con la posición de un objeto que describe un movimiento armónico simple sobre ella.

La elongación de este movimiento es la distancia desde la posición que tiene en cada instante al punto medio de la circunferencia.

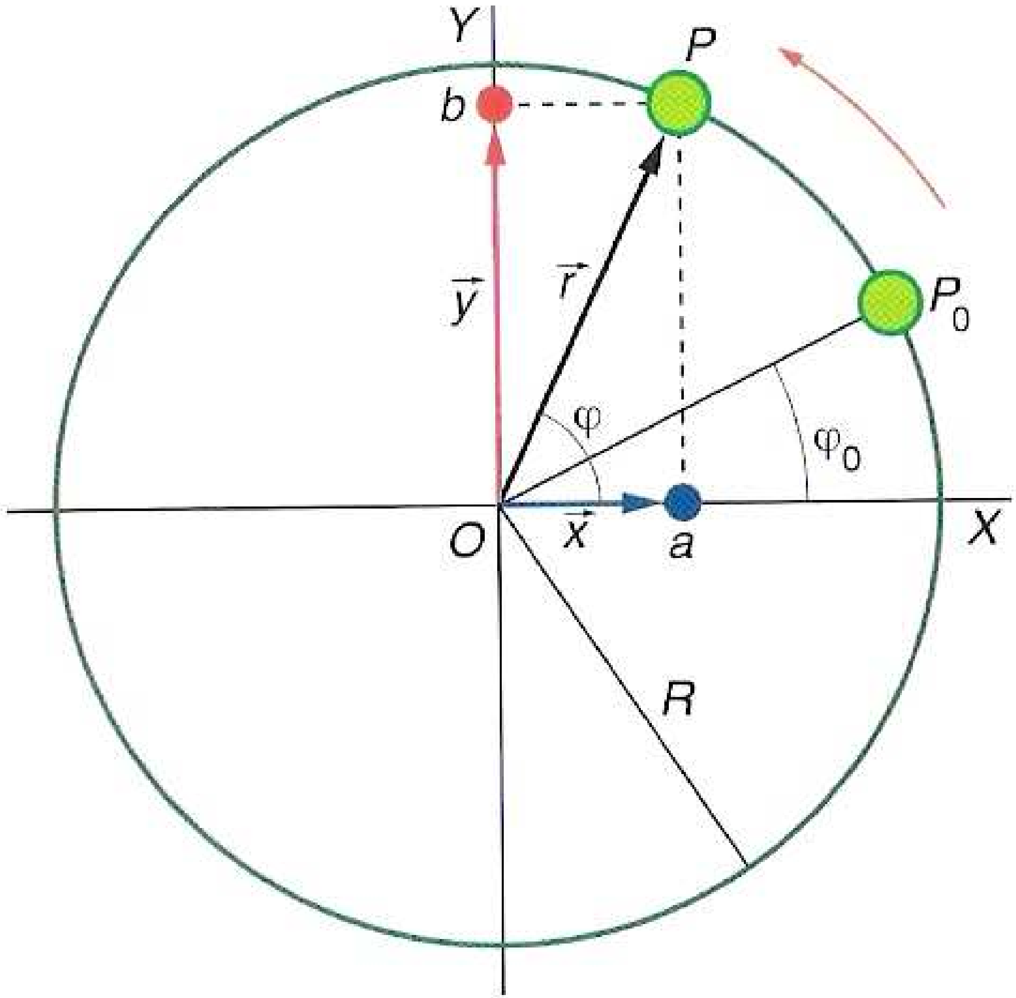
$\varphi = w \cdot t$; si $t = T \longrightarrow \varphi = 2\pi$ en consecuencia $\mathbf{w = 2\pi / T}$

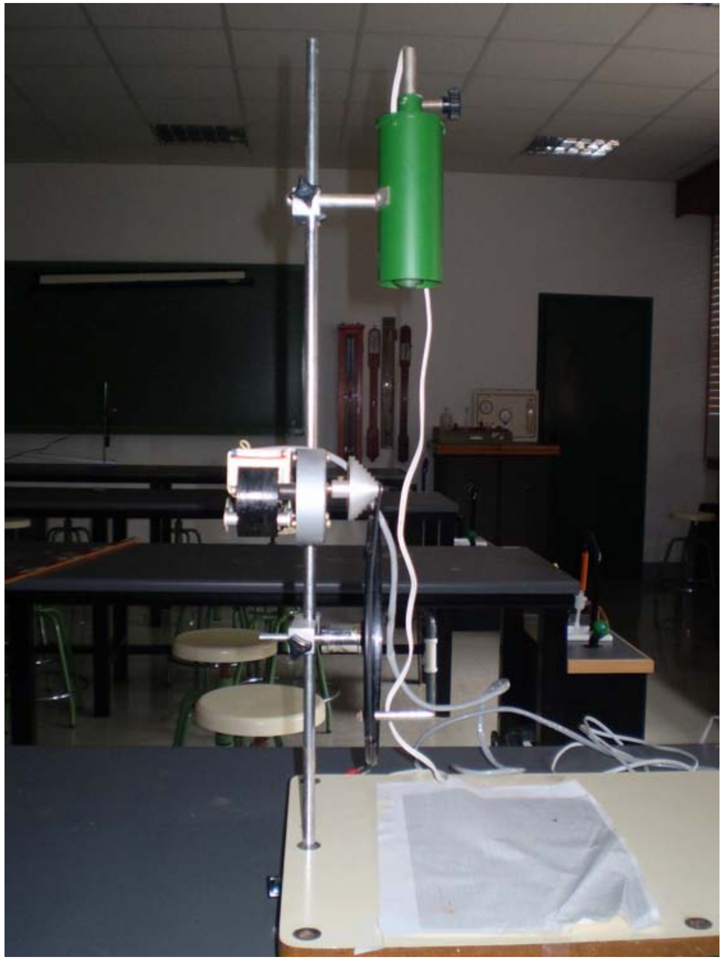
El MCU permite →

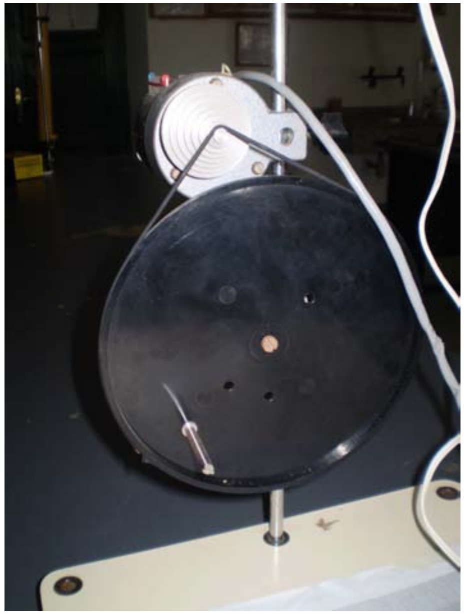
Hallar la ecuación del M.A.S. sin tener que recurrir a cálculos matemáticos complejos.
Ver de donde vienen algunos de los conceptos que usamos en el M.A.S, como la frecuencia angular y el desfase

¿Coincide el período del movimiento circular uniforme con el período del movimiento armónico simple?

MAS Y MCU

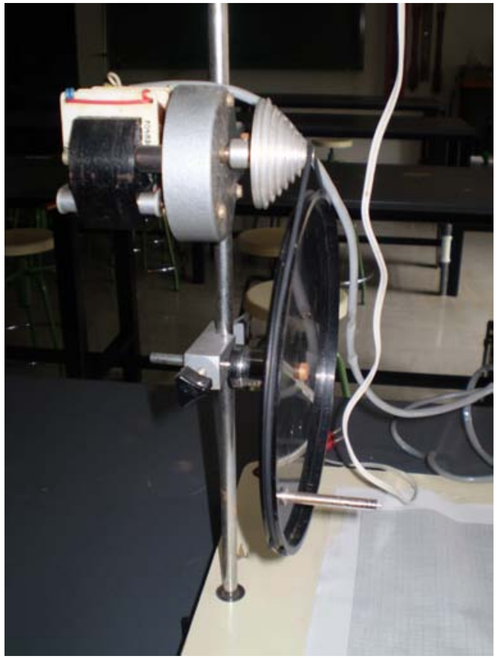






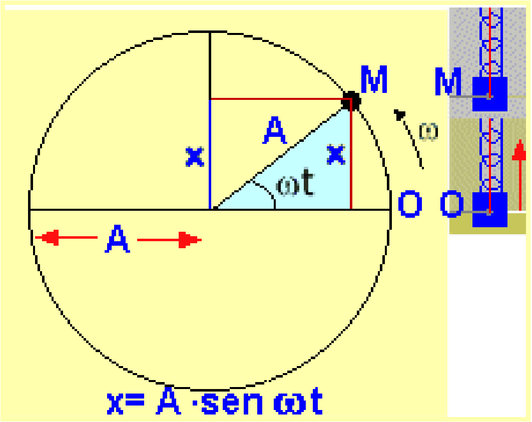
Movimiento Circular Uniforme y
Movimiento Vibratorio Armónico

Laboratorio IES Concepción Arenal



CINEMÁTICA DEL MAS

Observa el gráfico. Un móvil parte de O, recorriendo la circunferencia con una velocidad angular constante w. Al cabo de cierto tiempo barre un determinado ángulo φ, llamado espacio angular. Como es un movimiento circular uniforme, podemos escribir:**φ = w t**
En ese tiempo el resorte pasó de O a M comprimiéndose la distancia x.



La proyección del vector posición (A) sobre el eje vertical x, determina la elongación del M.A.S. asociado

La ecuación de la elongación de un punto que describe un M.A.S. es:

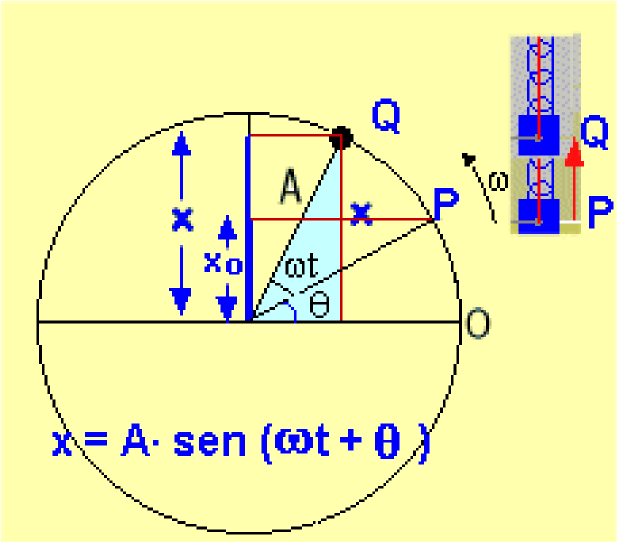
x = A sen(w t)

CINEMÁTICA DEL MAS

Si cuando empezamos a contar el tiempo (t = 0) el cuerpo que describe el M.A.S no está en la posición de equilibrio O, sino en P, decimos que existe un desfase **φ.** Este desfase se corresponde con el ángulo girado por el punto que describe el movimiento circular desde la posición de equilibrio hasta ese punto.

Observa el gráfico. El móvil parte de O, origen de espacios, pero no empezamos a contar el tiempo hasta que llega a P, origen de tiempos. En el tiempo t giró el ángulo φ = w t. Pasó de P a Q. Nuevamente, por trigonometría, en el triángulo azul, podemos escribir la ecuación de la elongación como:

x = A sen (w t + φ)

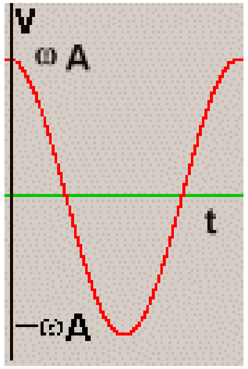


Velocidad de un m.a.s. (I)

Partiendo de la ecuación de la elongación: **$x = A\ \mathrm{sen}(wt + \varphi)$ y** derivando con respecto al tiempo, obtenemos la ecuación de la velocidad:

$$v = dx/dt$$
$$v = A\,w\cos(wt + \varphi)$$

Esta ecuación es una función del tiempo (A y w son constantes)
v alcanza su valor máximo cuando **$\cos(wt + \varphi) = 1$**,
por lo tanto: **$v(máx) = w \cdot A$**



Velocidad de un m.a.s. (II)

Podemos hallar una expresión de la velocidad en función de la posición, v = f(x), modificando ligeramente esta ecuación: $v = A\omega \cos(\omega t + \theta)$

Por el teorema fundamental de trigonometría sabemos que:

$$\mathbf{sen^2 (wt + \varphi) + cos^2 (wt + \varphi) = 1;\ cos(wt+\varphi)=(1-sen^2 (wt + \varphi)^{1/2}}$$

Substituyendo este valor del coseno en la fórmula de la velocidad:

$$\mathbf{V = Awcos(wt+\varphi)=Aw)[1-sen^2 (wt + \varphi]^{1/2}}$$

Sabemos que **$x = sen(wt + \varphi)$,** y dentro de la raiz cuadrada aparece su valor al cuadrado. Por tanto, la fórmula de la velocidad en función de la elongación será: $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

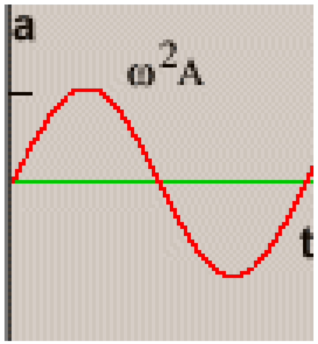
Para x = 0, **v = Aw** y la velocidad máxima se produce en el centro (x = 0)

Aceleración en el mas

Derivando la velocidad con respecto al tiempo, obtenemos la ecuación de la aceleración en el M.A.S:

$$\mathbf{a = - A\, w^2\, sen(wt + \varphi)\ ;\ a(máx) = A\, w^2}$$

El valor máximo se alcanza en los extremos de la oscilación.



Podemos obtener también una expresión de la aceleración en función de la elongación, ya que sabemos que $x = A\ sen\ (wt + \varphi)$, y substituyendo en la expresión de la aceleración $A\ sen(wt + \varphi)$ por x:

$$\mathbf{a = - w^2\, x}$$

Velocidad y aceleración

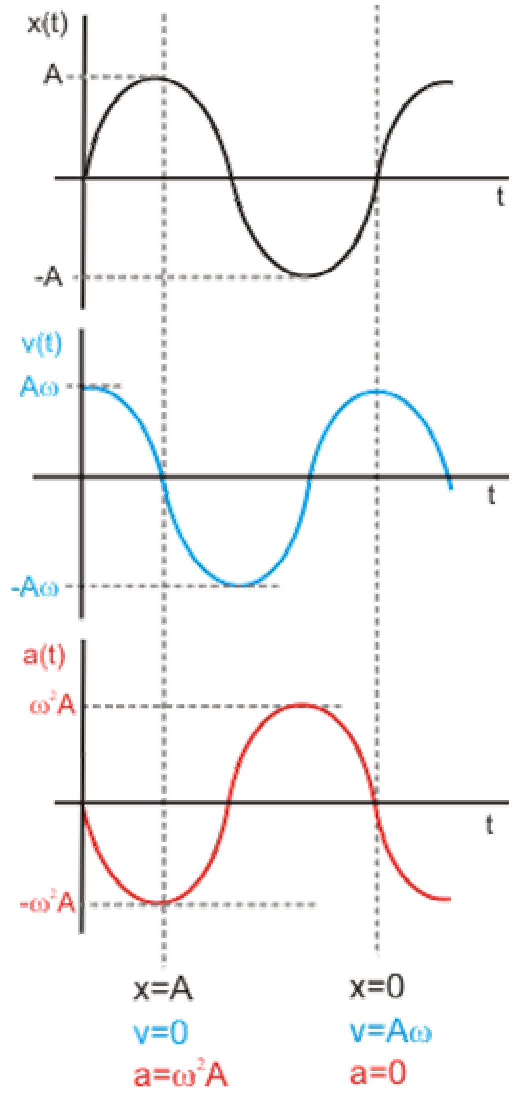
Con las expresiones de la velocidad y de la aceleración podemos calcular fácilmente los valores máximos de ambas y los puntos de la trayectoria donde se dan esos valores.

Magnitud	Ecuación en función del tiempo	Ecuación en función de la posición	Condición de máximo	El máximo se da en
Velocidad	$v = A\,\omega \cos(\omega t + \theta)$	$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$	$X = 0$ $V_{max} = \omega \cdot A$	el punto de equilibrio
Aceleración	$a = -A\,\omega^2 \,\mathrm{sen}(wt + \theta)$	$a = -\omega^2 \cdot x$	$X = A$ $a_{max} = -\omega^2 \cdot A$	en los puntos extremos

Observa que en el punto central de la oscilación (punto de equilibrio) la suma de la fuerza recuperadora más la de la gravedad es cero, pero la velocidad no. Puede, por lo tanto, haber un punto de equilibrio que tiene una velocidad distinta de cero.

Gráficas en el MAS

Tabla de valores cinemáticos del mas para $\varphi_0=0$				
t	Fase (φ)	x	v	a
0	0	0	Aw	0
T/4	$\pi/2$	A	0	$-Aw^2$
T/2	π	0	-Aw	0
3T/4	$3\pi/2$	-A	0	Aw^2
T	2π	0	Aw	0



Gráficas en el MAS

A partir de la tabla y de la gráfica anterior concluimos que:

✓ Transcurrido un período T, las magnitudes x, v e a vuelven a tomar los mismos valores, es decir, varían periodicamente.

✓ No se anulan ni alcanzan sus valores máximos en el mismo instante, es decir, las magnitudes están desfasadas

Cuando la elongación es máxima (x=A), la velocidad es nula (v=0) y la aceleración es mínima ($-A\omega^2$)

La velocidad está adelantada un cuarto de período respecto a la elongación (un ángulo de $\pi/2$ radianes)

La aceleración está desfasada medio período respecto a la elongación (un ángulo de π radianes)

Condiciones iniciales del movimiento

Podemos elegir cualquier instante para iniciar el estudio del mas (t=0) ya que el movimiento se repite continuamente

Las magnitudes caracteristicas del movimiento (A,T,w y ν) son siempre las mismas, sea cual sea el instante inicial elegido

Las condiciones iniciales, es decir, donde está el cuerpo y con que velocidad en t=0, determina la expresión concreta de la ecuación del movimiento: x=f(t)

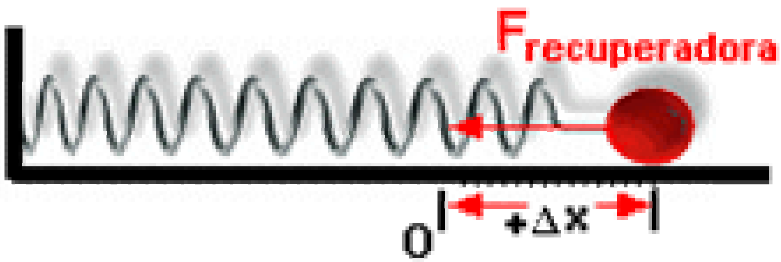
Fase inicial	$\varphi = 0$	$\varphi = \pi/2$	$\varphi = \pi$	$\varphi = 3\pi/2$
Condiciones iniciales	x = 0; v = Aw	x = A; v = 0	x = 0; v = -Aw	X = -A; v = 0

DINÁMICA DEL M.A.S

Un cuerpo unido a un resorte es un oscilador armónico: realiza un M.A.S, forma un sistema oscilante masa-resorte.

Mientras el cuerpo oscila, está sometido a una fuerza recuperadora ejercida por el resorte que obedece a la Ley de Hooke

La Ley de Hooke dice que el valor de la fuerza recuperadora del resorte es proporcional a la elongación y de sentido contrario



$$F = -K \Delta x$$

Ley de Hooke

DINÁMICA DEL M.A.S

Cuando el resorte pasa de la posición de comprimido a la de estirado, y mientras no alcanza el punto de equilibrio O, la fuerza recuperadora del resorte se ejerce hacia la derecha.
La compresión **Δ x** es negativa (de la posición de equilibrio hacia la izquierda).

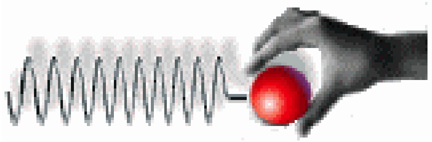
Aplicando la Ley de Hooke: $F = -K \cdot \Delta x$

Vemos que la fuerza recuperadora resulta positiva (hacia la derecha).

DINÁMICA DEL M.A.S

Mientras estiramos el resorte, la mano ejerce una fuerza de deformación sobre el resorte hacia la derecha, y el resorte ejerce una fuerza recuperadora sobre la masa hacia la izquierda.

Mientras la bola oscila pasa por estados de equilibrio en los que sobre ella actúa un F = 0 y le comunica **a = 0**



Al soltar la bola la fuerza recuperadora del resorte le comunica una aceleración que es proporcional a la elongación: $\mathbf{a = -w^2 x}$

DINÁMICA DEL M.A.S

Aplicando la segunda ley de Newton obtenemos la expresión de la fuerza necesaria para que un móvil de masa *m* describa un M.A.S. Esta fuerza es proporcional al desplazamiento *x* y de sentido contrario a éste.

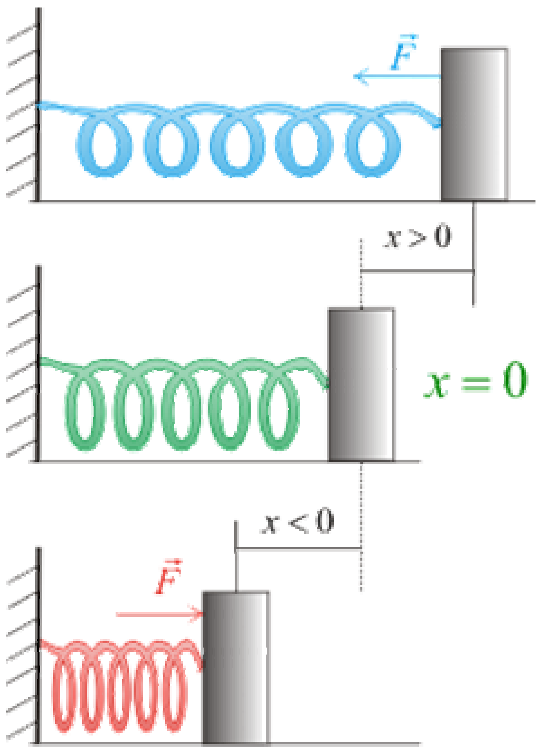
$$F = m\,a = -\,m\,w^2\,x$$

En la ecuación anterior vemos que la fuerza que origina un movimiento armónico simple es una fuerza del tipo: $F = -K\,x$

En el caso del resorte, la constante del oscilador armónico coincide con la constante elástica y se cumple: $K = m\,w^2$

DINÁMICA DEL M.A.S

Siempre que sobre una partícula, desplazada una longitud ***x*** de su posición de equilibrio, actúe una fuerza que es proporcional al desplazamiento ***x***, y de sentido contrario a éste, tal como se muestra en el ejemplo de la figura, le comunica a la partícula un mas (oscilador armónico)



Cada oscilador armónico está caracterizado por los valores de su constante k y de la masa que oscila, m, que determinan los valores de w, ν y T

Teniendo en cuenta que ***w = 2π / T*** podemos deducir el periodo del movimiento armónico simple:

$$T = 2\pi \sqrt{m/k}$$

El período T, ¿es independiente de la amplitud?

ESTUDIO ENERGÉTICO DEL MAS

Un oscilador armónico tiene energía cinética, por estar en movimiento

La masa que oscila posee una energía cinética que es función de su masa y de su velocidad : $Ec = \frac{1}{2} m v^2$

Al variar la velocidad entre un valor máximo y cero, **la energía cinética alcanza su valor máximo en el centro de la oscilación y será nula en los extremos**, ya que en ellos la velocidad se hace cero (el cuerpo se detiene un instante cuando invierte el sentido de la oscilación)

En muchas ocasiones es útil expresar la energía cinética en función de la posición. Para ello, podemos sustituir en la expresión anterior la velocidad en función de la posición o bien seguir el procedimiento que te indicamos a continuación

Energía cinética y posición

Si tenemos en cuenta el valor de la energía cinética

$$Ec = 1/2\ m\ v^2$$

y el valor de la velocidad del m.a.s.

$$v = dx / dt = A\ w \cos (w\ t + \varphi_o)$$

sustituyendo obtenemos

$$Ec = 1/2\ m\ v^2 = 1/2\ m\ A^2\ w^2 \cos^2 (w\ t + \varphi_o)$$

$$Ec = 1/2\ k\ A^2 \cos^2 (w\ t + \varphi_o)$$

Energía cinética y posición

A partir de la ecuación trigonometrica: $sen^2 \varphi + cos^2 \varphi = 1$

$$\mathbf{Ec = 1/2\ k\ A^2\ [\ 1 - sen^2(w\ t + \varphi_o)]}$$

$$\mathbf{Ec = 1/2\ k[\ A^2 - A^2 sen^2(w\ t + \varphi_o)]}$$

de donde la energía cinética de una partícula sometida a un m.a.s. queda

$$\mathbf{Ec = 1/2\ k\ [\ A^2 - x^2]}$$

Observamos que tiene un valor periódico, obteniéndose su valor máximo cuando la partícula se encuentra en la posición de equilibrio(x=0), y obteniéndose su valor mínimo en el extremo de la trayectoria(x=A).

Energía potencial elástica

Un oscilador armónico tiene energía potencial, porque la fuerza recuperadora, $F = - kx$, que lo hace oscilar, es una fuerza conservativa

El valor de la energía potencial en una posición **x** vendrá dado por la expresión

$$\mathbf{Ep = 1/2\ k\ x^2}$$

La energía mecánica de una partícula que describe un m.a.s. será:

$$\mathbf{E_{total} = \tfrac{1}{2}\ K\ x^2 + \tfrac{1}{2}\ K\ (A^2 - x^2) = \tfrac{1}{2}\ KA^2}$$

$$\mathbf{E = \tfrac{1}{2}\ k\ A^2}$$

En el m.a.s. la energía mecánica permanece constante si no hay rozamiento, por ello su amplitud permanece también constante

La fuerza elástica es conservativa

El trabajo de la fuerza recuperadora entre la posición de equilibrio O y la posición +A de máxima elongación vale $W_{O \rightarrow A} = - \frac{1}{2} K A^2$

El trabajo al volver de A a O vale:

$W_{A \rightarrow O} = \frac{1}{2} K A^2$

En un ciclo cerrado, $W_{ciclo} = W_{O \rightarrow A} + W_{A \rightarrow O} = - \frac{1}{2} K A^2 + \frac{1}{2} K A^2 = 0$

Como el trabajo en cualquier ciclo cerrado es nulo, la fuerza que produce el movimiento armónico simple es una fuerza conservativa

Energía en el MAS

En el m.a.s. la energía se transforma continuamente de potencial en cinética y viceversa.En los extremos solo hay energía potencial puesto que la velocidad es cero y en el punto de equilibrio solo hay energía cinética. En cualquier otro punto, la energía correspondiente a la partícula que realiza el m.a.s. es la suma de su energía potencial más su energía cinética.

Toda partícula sometida a un mas posee una energía mecánica que podemos descomponer en: Energía Cinética (debida a que la partícula está en movimiento) y Energía Potencial (debida a que el movimiento armónico es producido por una fuerza conservativa).

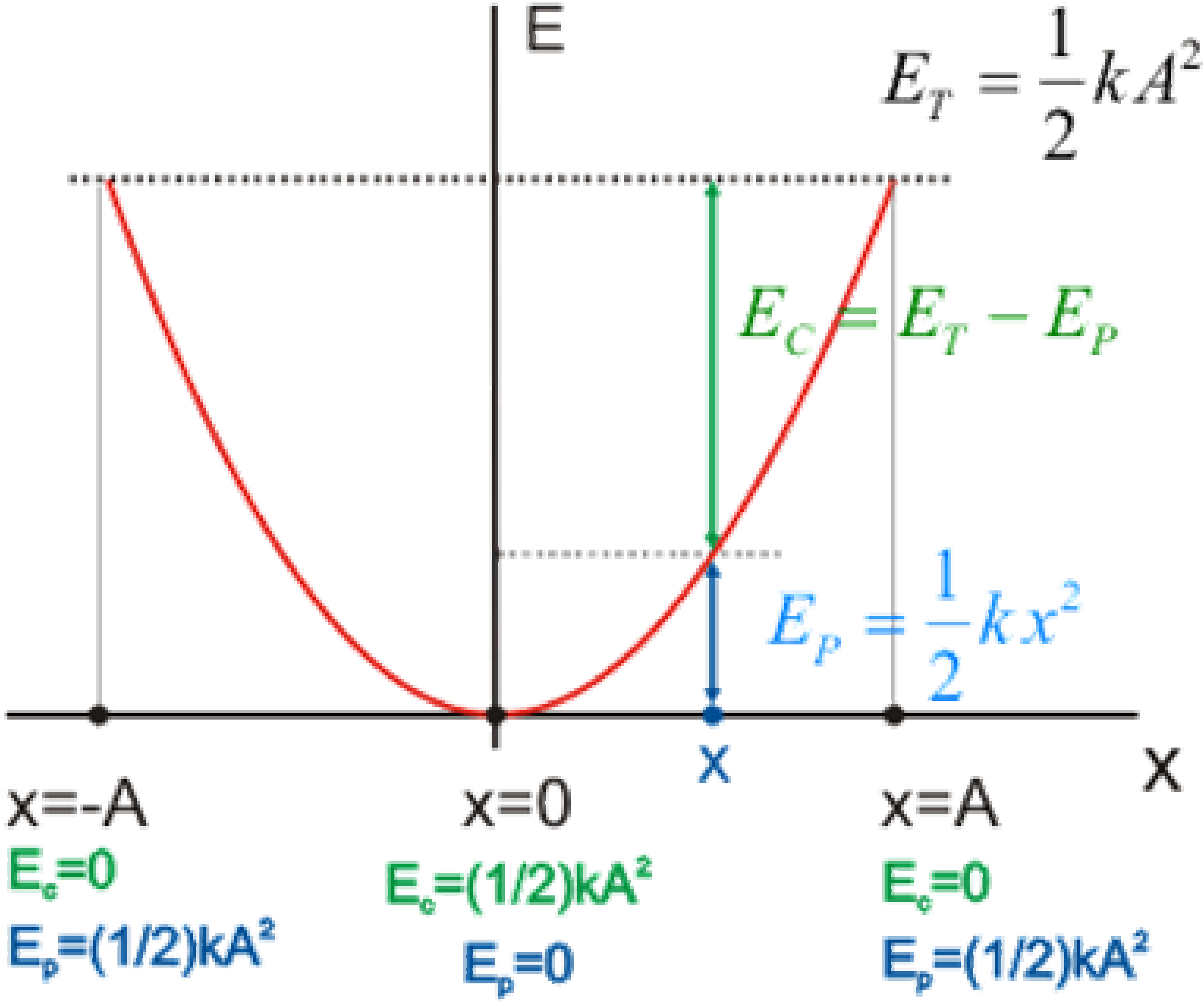
En el m.a.s. la energía mecánica permanece constante, si no hay rozamiento, por ello su amplitud permanece también constante

Valores máximos y mínimos

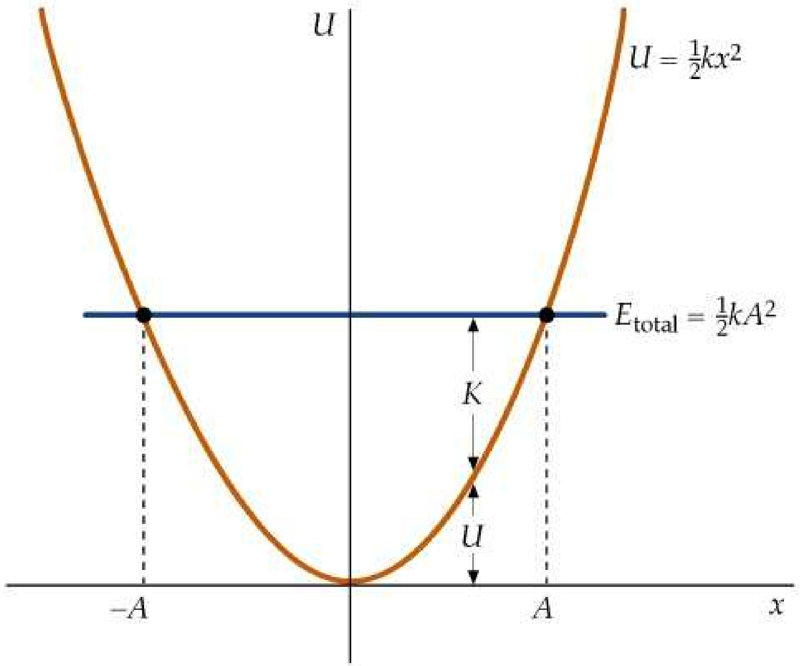
En el centro de la oscilación sólo tiene energía cinética y en los extremos sólo energía potencial.

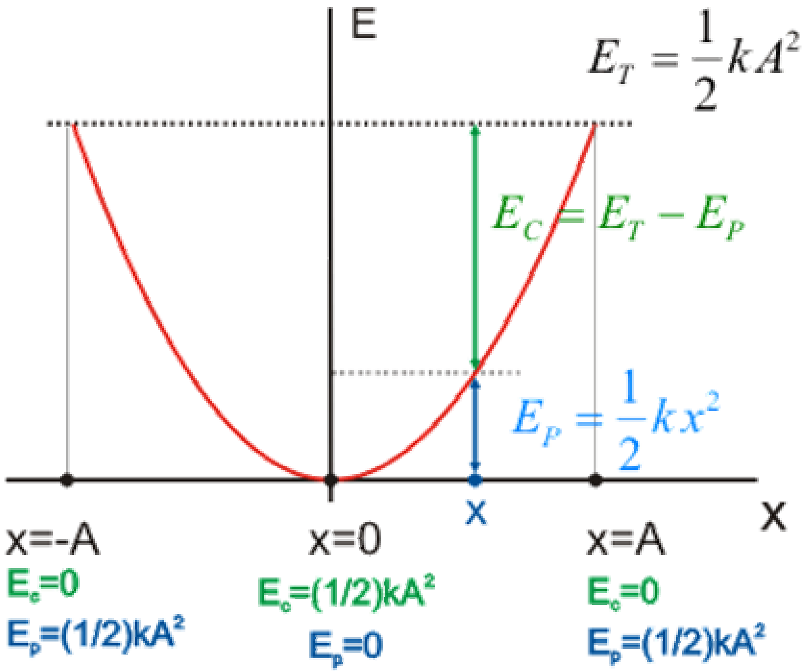
Tipo de energía	Extremo	Centro
Cinética	Nula	Máxima
Potencial elástica	Máxima	Nula

Valores máximos y mínimos



Energías en el MAS



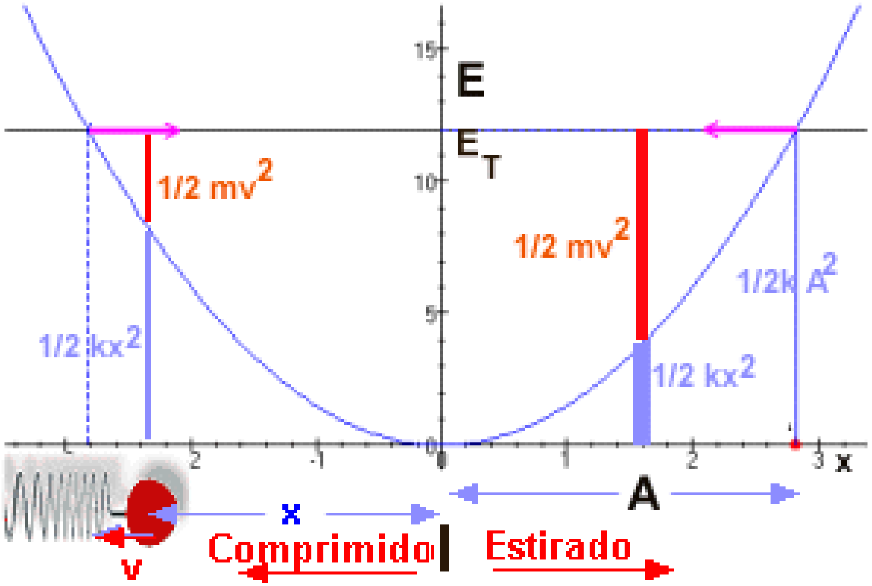


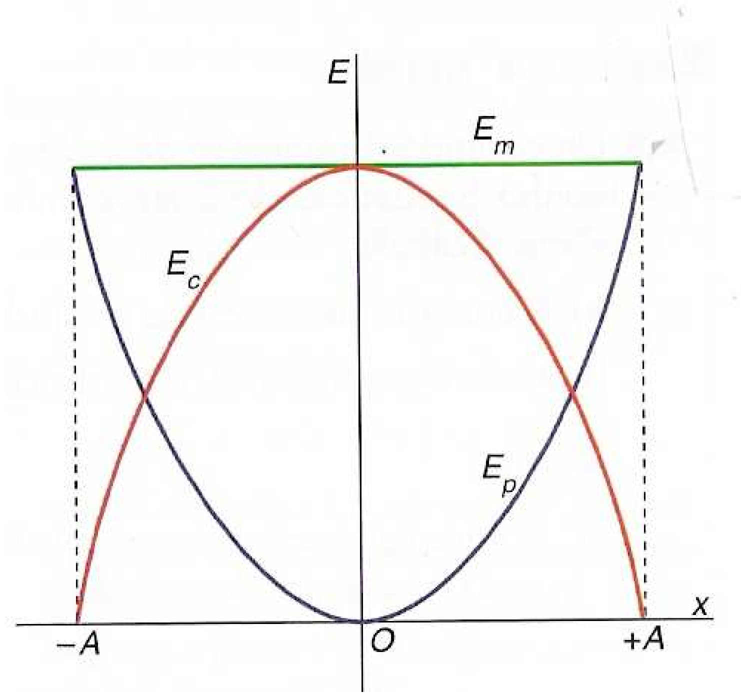
Observa como varían las energías en un mas

La energía total es una constante característica del oscilador armónico y proporcional al cuadrado de la amplitud de oscilación

Energías en el MAS

$Ec = 1/2\ k\ [\ A^2 - x^2]$; $E_p=1/2\ Kx^2$; $E_T=1/2\ KA^2$





Problemas

Sobre una superficie horizontal se dispone un cuerpo de 0,5 kg, unido a uno de los extremos de un muelle que está fijo por el otro. Cuando se tira del cuerpo hasta alargar el muelle 10 cm y se suelta, comienza a oscilar con un período de 2 s. a)Hacer un análisis energético del problema y calcular los valores de las energías cinética y potencial en los puntos extremos de la oscilación y en el punto de equilibrio. b)Representar la posición del cuerpo en función del tiempo. ¿Cómo cambiaría dicha representación si la masa del cuerpo fuera de 2 kg?

Una partícula de 0,5 kg, que describe un movimiento armónico simple de frecuencia Hz, tiene inicialmente una energía cinética de 0,2 J y una energía potencial de 0,8 J. a)Calcular la posición y la velocidad iniciales, así como la amplitud de la oscilación y la velocidad máxima. b)Hacer un análisis de las transformaciones de energía que tienen lugar en un ciclo completo. ¿Cuál sería el desplazamiento en el instante en que las energías cinética y potencial son iguales?

Una partícula de 2 g oscila con movimiento armónico simple de 4 cm de amplitud y 8 Hz de frecuencia y en el instante $t = 0$ se encuentra en la posición de equilibrio. a) Escribir la ecuación del movimiento y explicar las variaciones de energías cinética y potencial de la partícula durante un periodo. b) Calcular las energías cinética y potencial de la partícula cuando la elongación es de 1 cm.

Una partícula describe un movimiento armónico simple, entre dos puntos A y B que distan 20 cm, con un periodo de 2 s. a)Escribir la ecuación de dicho movimiento armónico simple, sabiendo que para $t = 0$ la partícula se encuentra en el punto medio del segmento AB. b)Explicar cómo varían las energías cinética y potencial durante una oscilación completa.

Un objeto de 0,2 kg, unido al extremo de un resorte, efectúa oscilaciones armónicas de 0,1 π s de período y su energía cinética máxima es de 0,5 J.

a) Escriba la ecuación de movimiento del objeto y determine la constante elástica del resorte.

b) Explique cómo cambiarían las características del movimiento si: i) se sustituye el resorte por otro de constante elástica doble; ii) se sustituye el objeto por otro de masa doble.

Una partícula de 0,2 kg describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de frecuencia 20 Hz. En el instante inicial la partícula pasa por el origen, moviéndose hacia la derecha, y su velocidad es máxima. En otro instante de la oscilación la energía cinética es 0,2 J y la energía potencial es 0,6 J.

a) Escriba la ecuación de movimiento de la partícula y calcule su aceleración máxima.

b) Explique, con ayuda de una gráfica, los cambios de energía cinética y de energía potencial durante una oscilación.

Una partícula describe un movimiento armónico simple de amplitud A y frecuencia f. a) Representar gráficamente la posición y la velocidad de la partícula en función del tiempo y explicar las analogías y diferencias entre ambas representaciones. b) Explicar cómo varían la amplitud y la frecuencia del movimiento y la energía mecánica de la partícula al duplicar el periodo de oscilación.

Un bloque de masa m cuelga del extremo inferior de un resorte de masa despreciable, vertical y fijo por su extremo superior. a) Indicar las fuerzas que actúan sobre la partícula explicando si son o no conservativas. b) Se tira del bloque hacia abajo y se suelta, de modo que oscila verticalmente. Analizar las variaciones de energía cinética y potencial del bloque y del resorte en una oscilación completa.

Un movimiento armónico simple viene descrito por la expresión: $x(t) = a \text{ sen } (\omega t + \delta)$. a) Indicar el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en ella. b) Escribir la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo y explicar si ambas magnitudes pueden anularse simultáneamente.

Indique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:

a) Si la aceleración de una partícula es proporcional a su desplazamiento respecto de un punto y de sentido opuesto, el movimiento de la partícula es armónico simple.

b) En un movimiento armónico simple la amplitud y la frecuencia aumentan si aumenta la energía.

a) Represente gráficamente las energías cinética, potencial y mecánica de una partícula que vibra con movimiento armónico simple.

b) ¿Se duplicaría la energía mecánica de la partícula si se duplicase la frecuencia del movimiento armónico simple? Razone la respuesta.

a) ¿Qué características debe tener una fuerza para que al actuar sobre un cuerpo le produzca un movimiento armónico simple?

b) Represente gráficamente el movimiento armónico simple de una partícula dado por: $y = 5 \cos(10\,t + \pi/2)$ (S I) y otro movimiento armónico que tenga una amplitud doble y una frecuencia mitad que el anterior.

Una partícula de 50 g vibra a lo largo del eje X, alejándose como máximo 10 cm a un lado y a otro de la posición de equilibrio (x = 0). El estudio de su movimiento ha revelado que existe una relación sencilla entre la aceleración y la posición que ocupa en cada instante: $a = -16\pi^2 x$.

a) Escriba las expresiones de la posición y de la velocidad de la partícula en función del tiempo, sabiendo que este último se comenzó a medir cuando la partícula pasaba por la posición x = 10 cm.

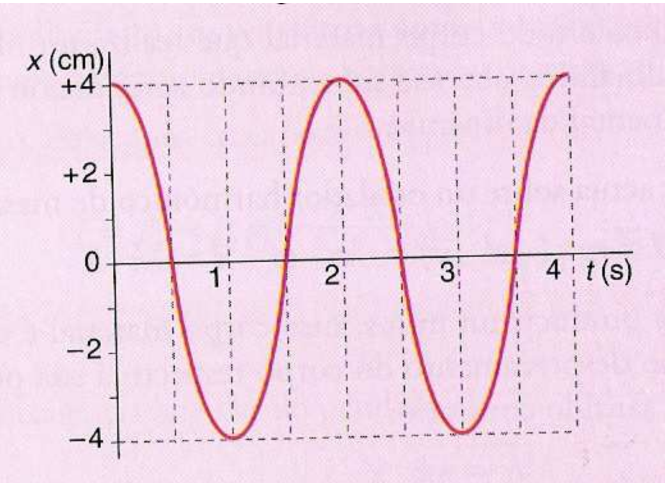
b) Calcule las energías cinética y potencial de la partícula cuando se encuentra a 5 cm de la posición de equilibrio.

Sobre un plano horizontal sin rozamiento se encuentra un bloque de masa m = 1,5 kg, sujeto al extremo libre de un resorte horizontal fijo por el otro extremo. Se aplica al bloque una fuerza de 15 N, produciéndose un alargamiento del resorte de 10 cm y en esta posición se suelta el cuerpo, que inicia un movimiento armónico simple.

a) Escriba la ecuación de movimiento del bloque.

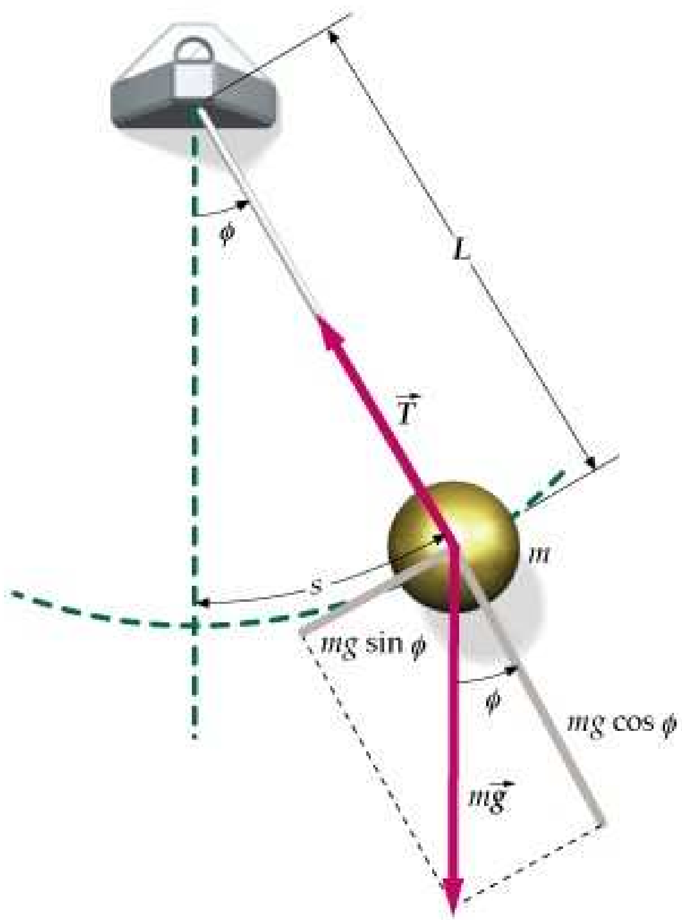
b) Calcule las energías cinética y potencial cuando la elongación es de 5 cm.

Una partícula oscila periodicamente a lo largo del eje X de acuerdo con la gráfica. Determina: a) El número de oscilaciones que realiza cada minuto y su amplitud ; b) la ecuación del movimiento →

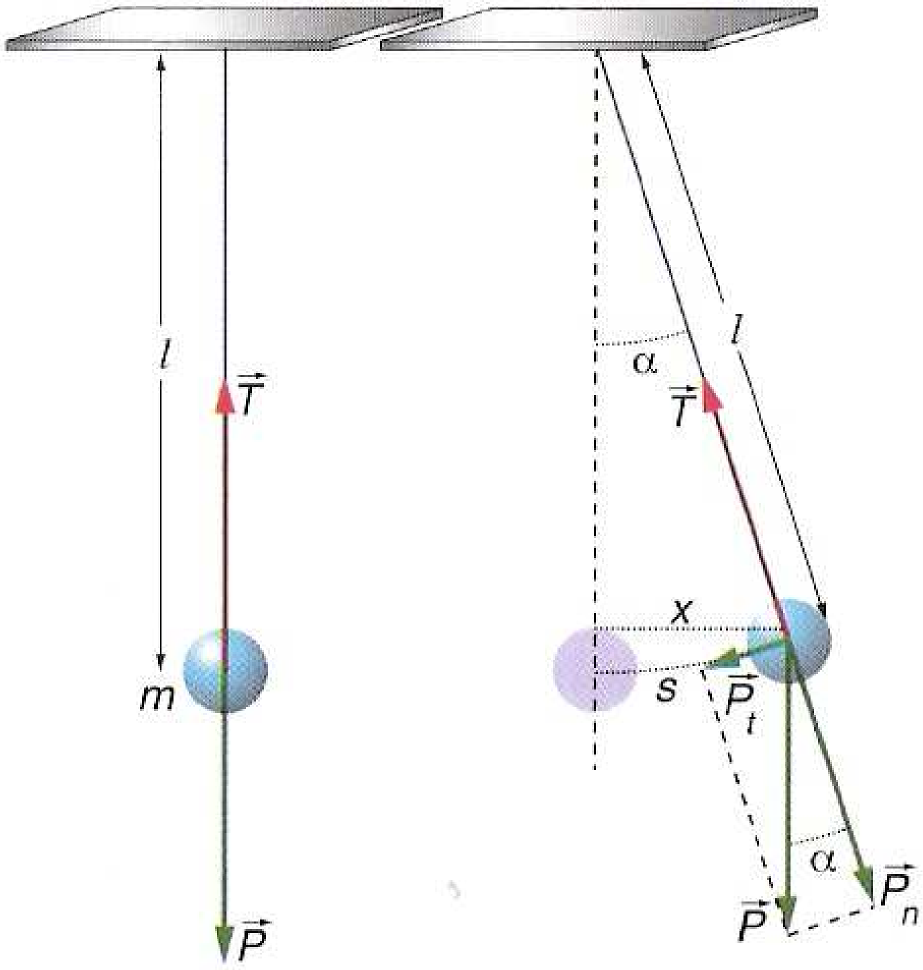


Péndulo simple

Llamamos péndulo simple a un ente ideal constituido por una masa puntual suspendida de un hilo inextensible y sin peso, capaz de oscilar libremente en el vacío y sin rozamiento.



Péndulo simple

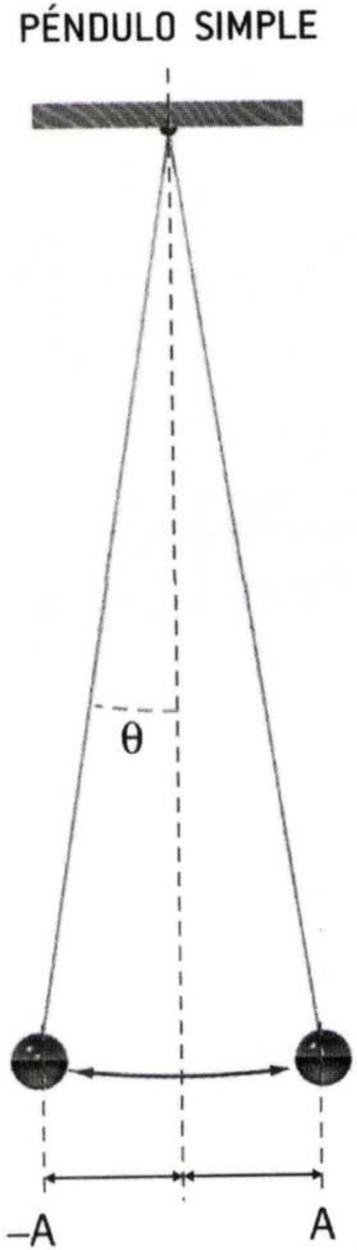


Cuando el hilo está vertical el cuerpo permanece en equilibrio: T = P

Cuando desplazamos el cuerpo de la posición de equilibrio, la T solo contrarresta a P_n y la fuerza resultante sobre el cuerpo es la componente tangencial del peso

$$F=P_t= - mg\operatorname{sen}\alpha$$

Al soltarlo, oscila alrededor de la posición de equilibrio, ¿con qué aceleración?



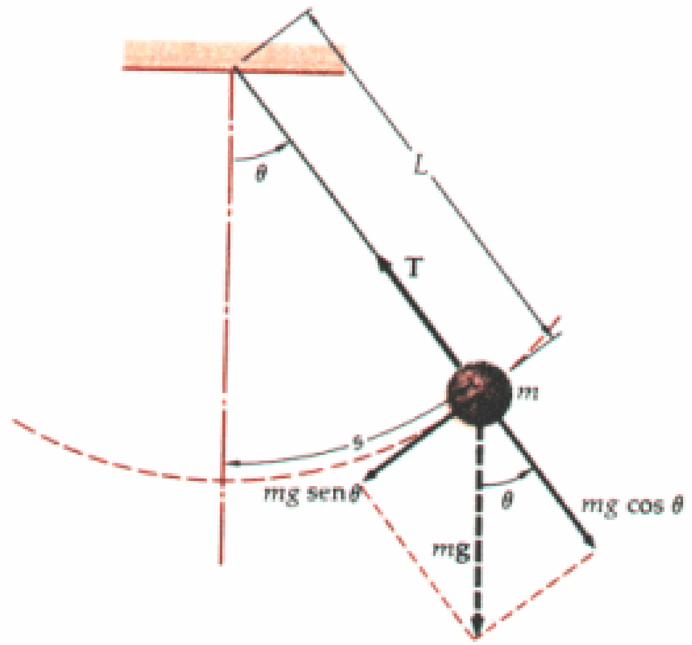
El péndulo experimenta un movimiento de vaivén, oscilando alrededor de la posición de equilibrio.

Para oscilaciones de poca amplitud, son válidas las siguientes aproximaciones:

- El ángulo θ, en radianes coincide con su seno, $\text{sen}\theta = \theta$ ($\theta < 10^{o}$)
- La trayectoria es horizontal y su posición viene dada por la separación x de la vertical de equilibrio

En este caso, el movimiento del péndulo puede considerarse como un MAS: la aceleración es proporcional al desplazamiento y de signo contrario)

Péndulo simple



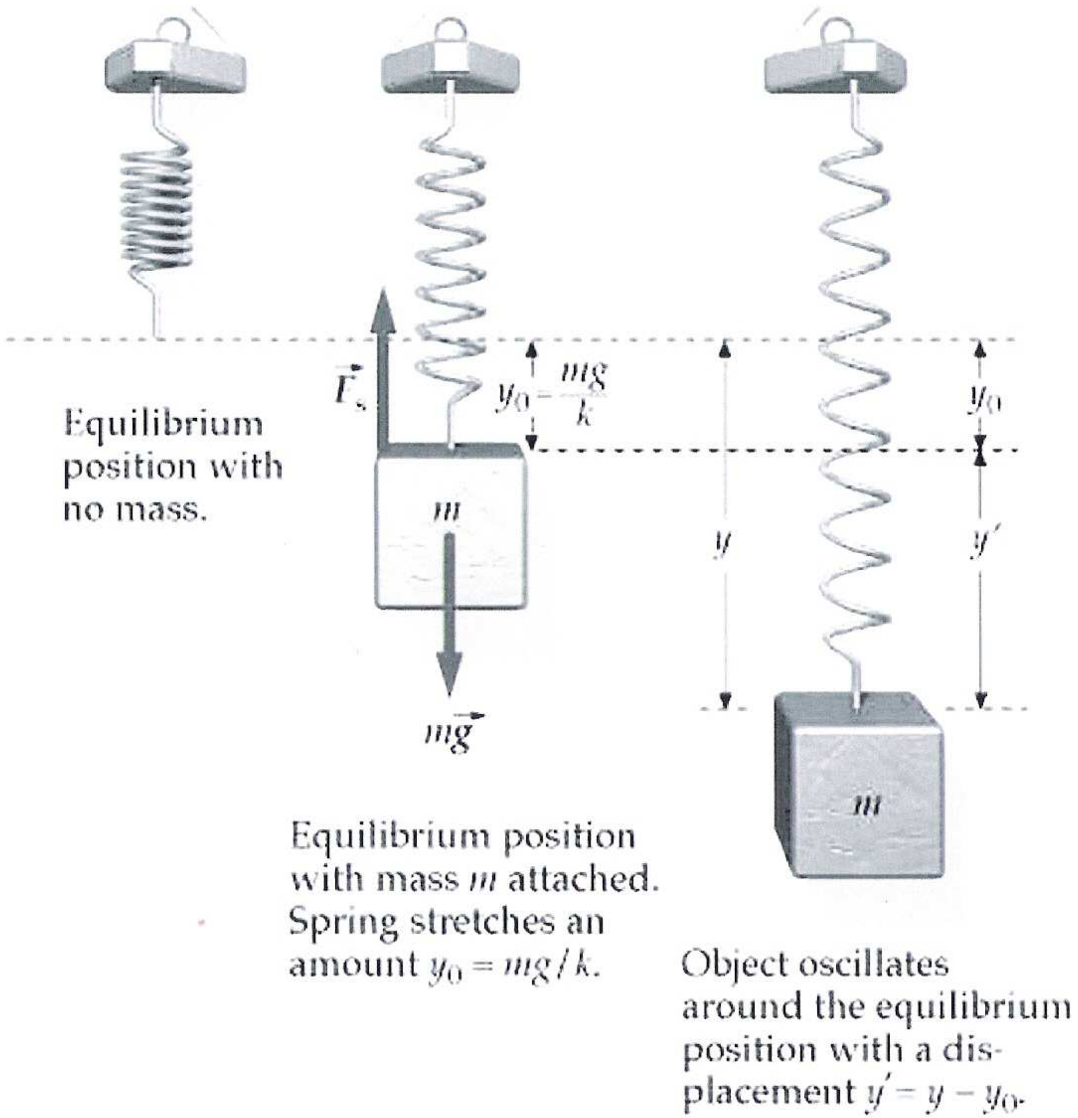
La segunda componente, perpendicular a la anterior, es la que origina el movimiento oscilante: F = - mgsenθ

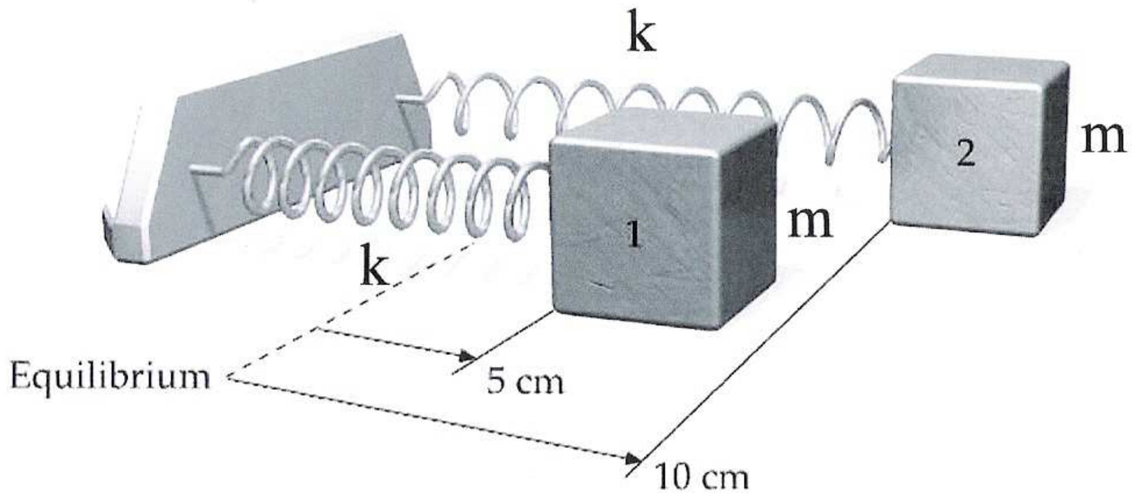
podremos escribir, teniendo en cuenta, el valor del seno del ángulo:
F = -m g senθ = -mgθ = -mg x/l

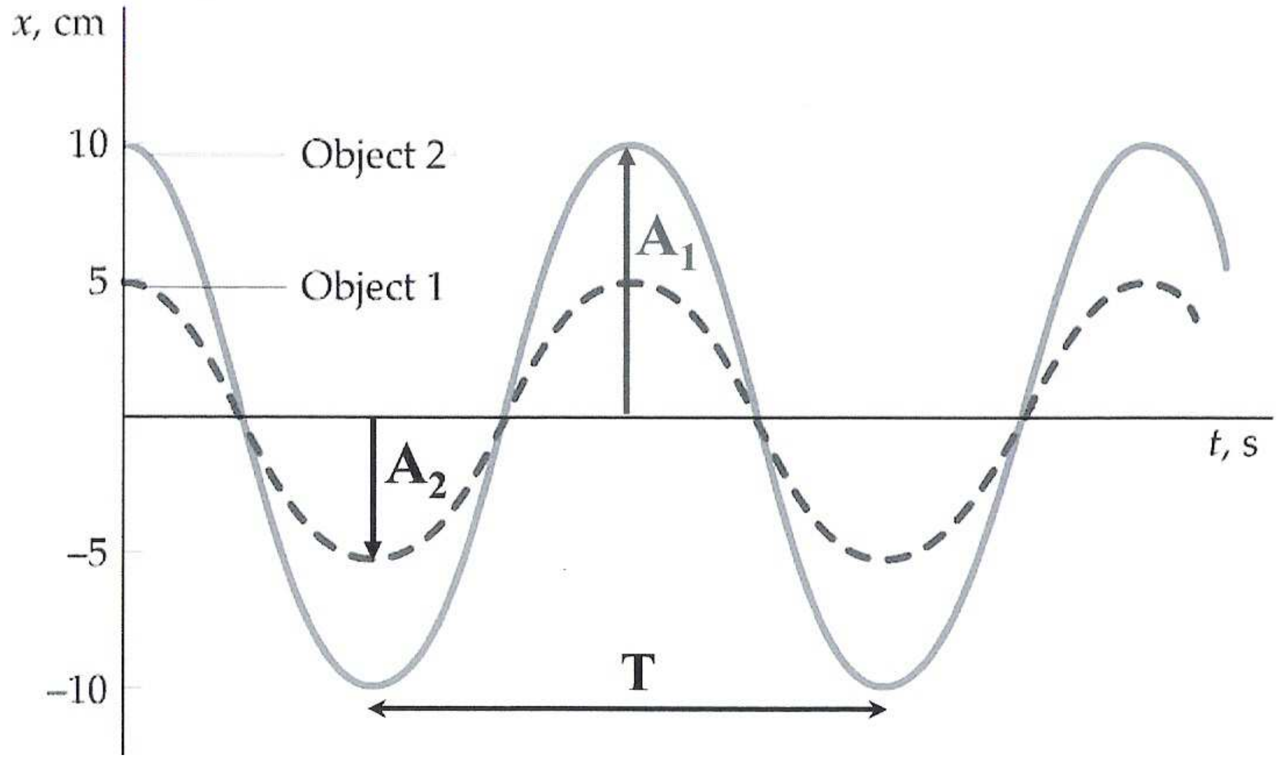
Se observa que la fuerza recuperadora, que hace oscilar al péndulo, es función de la elongación (X), con lo que podemos afirmar que se trata de un M. A. S.

F=-mw²x y F=-mgx/l → **T = 2 π** $\sqrt{l/g}$

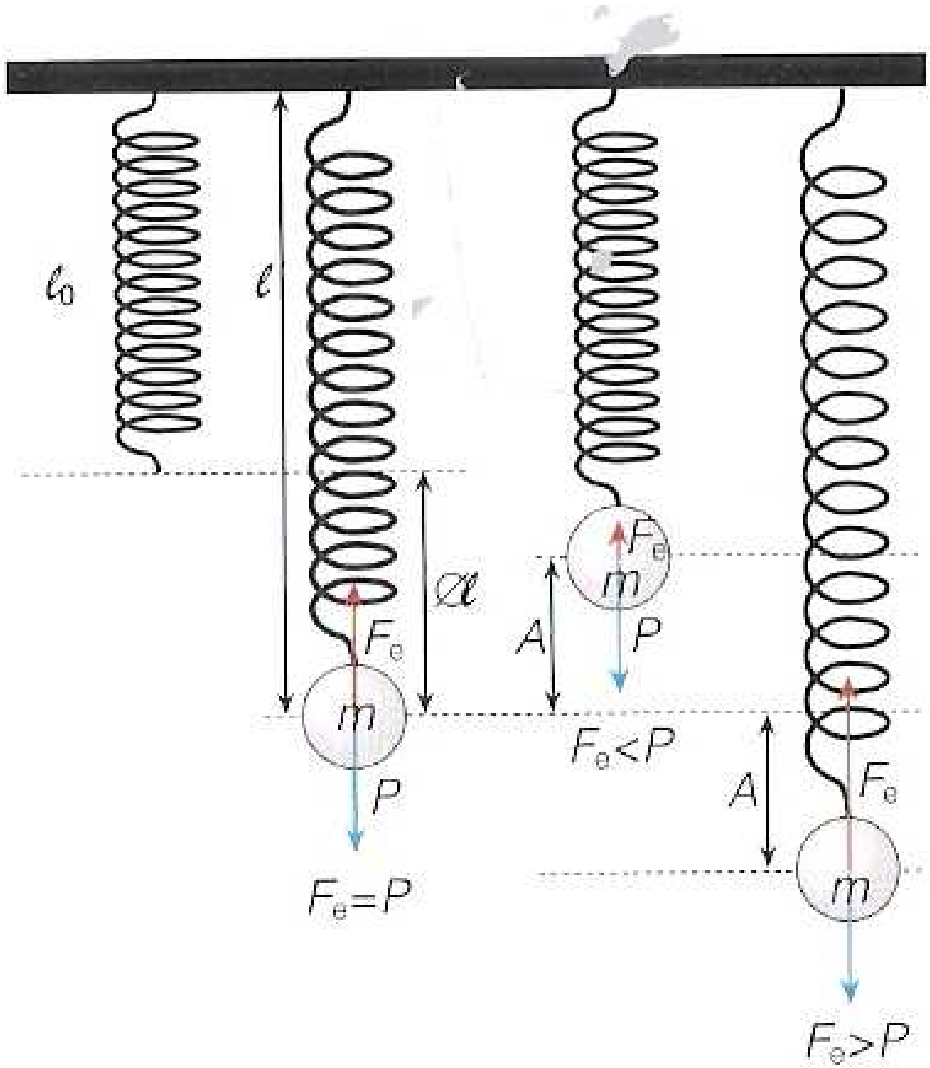
Resorte elástico




k
k
m
m
1
2
Equilibrium
5 cm
10 cm


x, cm
10
5
–5
–10
Object 2
Object 1
A1
A2
T
t, s

Resorte elástico



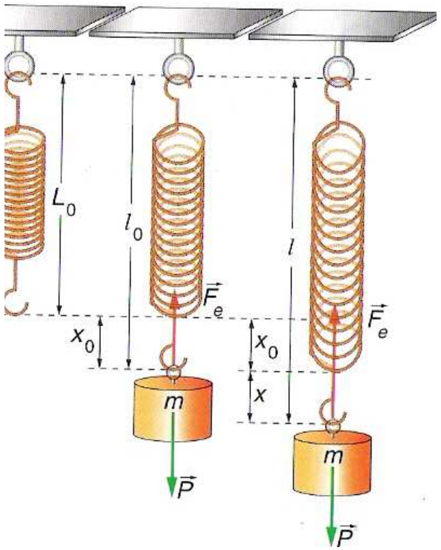
Un muelle vertical tiene la longitud l_0. Al colgarle una masa m, el muelle se estira hasta adquirir la longitud l (equilibrio,$F_{elástica}$ = mg.

Si aplicamos una fuerza externa el muelle se estira o se encoge una distancia A

Al dejar de aplicar la fuerza externa, el movimiento de la masa será un MAS en torno a la posición de equilibrio y con una amplitud A

Resorte elástico

Si de un resorte de longitude L_0 colgamos un cuerpo de masa m, alcanza la longitud l_0 y queda en equilibrio: se cumple que $K \cdot x_0 = mg$



Si tiramos por el cuerpo hacia abajo una pequeña distancia x y lo soltamos deja de estar en equilibrio

Las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, peso y fuerza elástica, no se anulan:

$\vec{F}_e + \vec{P} = \vec{F}_R$ → - k (x + x_0) + mg →

- k x - k x_0 + mg= - k x

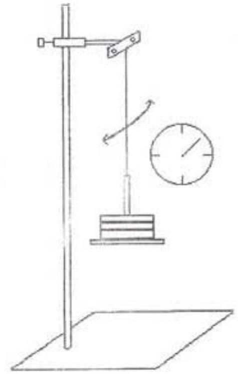
La fuerza resultante sobre el cuerpo coincide con la fuerza elástica si medimos la deformación desde la posición de equilibrio → el cuerpo describe un MAS. ¿Con qué valor de la aceleración?

F = - kx = ma → a = (- k/m)· x (la masa del resorte despreciable)

Práctica de Laboratorio:

Péndulo simple (determinación de g)

PÉNDULO SIMPLE



OBXECTIVO:

Comproba-los factores que inflúen no período de oscilación dun péndulo e determinar, a partir do mesmo, o valor da aceleración da gravidade.

MATERIAL:

- Soporte.
- Noz con mordaza.
- Fío.
- Portapesas.
- Pesas (50-250 g.).
- Reloxo-cronómetro.
- Medidor de ángulos.

MÉTODO:

A) Influencia da masa.

- Suspende-lo péndulo, suxeito o fío da mordaza. Mide a súa lonxitude desde o punto de suxeción ata o seu centro de gravidade. Coloca unha pesa no porta, separa-lo péndulo da posición vertical cunha determinada amplitude a (ángulo menor de 10°) e déixalo oscilar libremente, medindo o tempo que tarda en dar 20 oscilacións completas. E convinte facer varias medicións e obter un valor medio.
- Repite a mesma operación (mantendo constantes a lonxitude do fío e amplitude) aumentando sucesivamente a masa do péndulo en 50 unidades.
- Completa a táboa:

A)	l=	α=	B)	m=	α=	C)	l=	m=
m	t 20 osc.	T	l	t 20 osc.	T	α	t 20 osc.	T

B) Influencia da lonxitude.

- Deixando fixas a masa do péndulo e a amplitude a (ángulo menor de 10°), mide o tempo que tarda o péndulo en dar 20 oscilacións, pero modificando sucesivamente a lonxitude do péndulo. Completa a táboa.

C) Influencia da amplitude.

- Seguindo o mesmo método, mide a influencia da amplitude tomando 3 ángulos diferentes (no deben ser moi grandes).

ANÁLISE DE RESULTADOS

- Representa nunha gráfica o cadrado do período fronte á lonxitude.
- Analisando a táboa e a gráfica establece a dependencia do período respecto á masa, amplitude e lonxitude dun péndulo.
- Infórmate sobor da expresión exacta do período dun péndulo, contrástaa cos resultados obtidos e calcula, na gráfica, o valor de aceleración da gravidade.

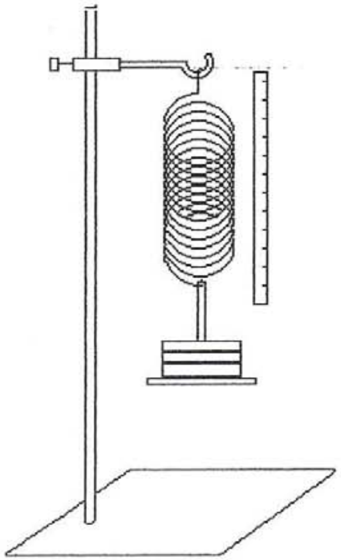
Práctica de Laboratorio:

Determinación de la constante elástica de un muelle:Método estático

ELASTICIDADE DUN RESORTE.

OBXECTIVO:

Determina-la constante elástica dun resorte (método estático) para compara-la, logo, coa obtida de forma dinámica.



MATERIAL:

-Soporte.
-Dobre noz.
-Resorte.
-Pesas e porta (0-300 g.).
-Regra.

METODO:

-Realiza a montaxe da figura. Medi-la lonxitude do resorte, colgado verticalmente sen colocar ningún peso nel. Anota o seu valor na casilla correspondente.
-Coloca pesas no extremo do resorte aumentando o seu valor en cantidades constantes e medir en cada caso a nova lonxitude do resorte (tomando sempre as mesmas referencias).
-Completa a táboa:

Peso (N)	0						
lonx. resorte (m)							
alongamento (m)							

ANALISE DE RESULTADOS:

-Realiza a gráfica P (eixe y) - alongamento (eixe x).
-Determina na gráfica a constante elástica do resorte:

$k_{est}=$ (S.I.)

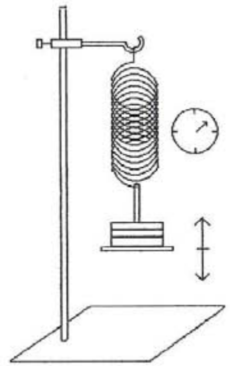
Práctica de Laboratorio:

Determinación de la constante elástica de un muelle:Método dinámico

ESTUDIO DINÁMICO DUN RESORTE.

OBXECTIVO:

Achar-la constante elástica dun resorte a partir da determinación do seu período de oscilación.



MATERIAL:

-Soporte.
-Dobre noz.
-Resorte.
-Pesas (0-150 g.) e porta.
-Cronómetro.

MÉTODO:

-Suspende o resorte do soporte e coloca na súa parte inferior o portapesas e a masa de 50 g.
-Estira lixeiramente o resorte e sóltao, deixándoo oscilar libremente. Deixa pasar unhas oscilacións (para que o movemento sexa regular) e mide o tempo que tarda en dar 20 oscilacións (repeti-la operación 2 ó 3 veces e achar o valor medio).
-Vove a repetir a experiencia utilizando distintas masas.

-Completar a táboa:

m (g.)	t (20 osc.)	T	T^2

ANÁLISE DE RESULTADOS:

• Realiza a gráfica $\mathbf{T^2}$ fronte a **m**, infórmate da expresión do período de oscilación dun resorte e calcula,.partindo da gráfica, o valor da súa constante dinámica.

$k_{dín}=$ (S.I.)

$\mathbf{k}_{est}=$

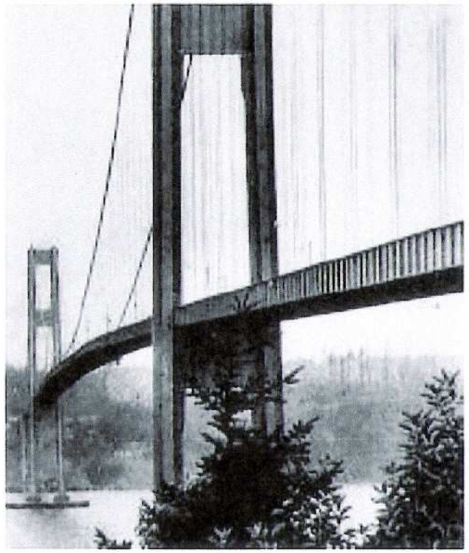
• Compara o resultado co obtido polo método estático.

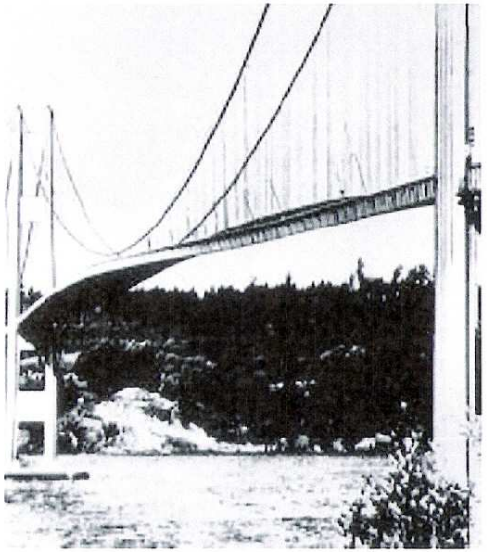
Resonancia

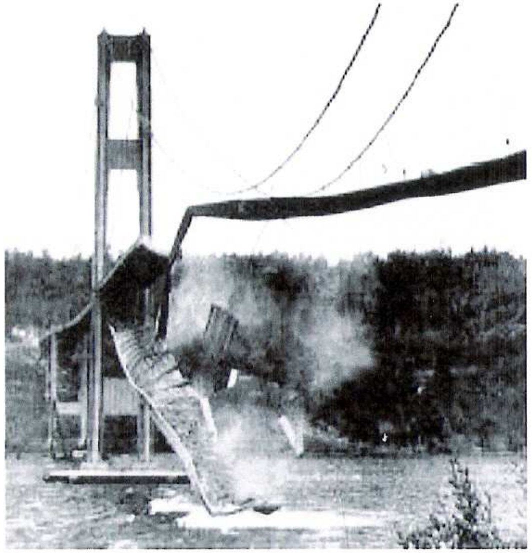
En un oscilador real hay rozamiento y pérdida de energía→oscilaciones amortiguadas

Si queremos que siga oscilando con amplitud y frecuencia constante hay que aplicar una fuerza exterior periódica y de frecuencia determinada→oscilaciones forzadas

Cuando la frecuencia de la fuerza exterior es muy similar a la frecuencia natural del sistema, la amplitud alcanza su valor máximo→el sistema entra en resonancia







Bibliografía

- http://teleformación.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/fisicainteractiva/mas/index.htm
- http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/oscilaciones
- http://www.acienciasgalilei.com/videos/mas.htm
- http://www.walter-fendt.de/ph11s/springpendulum_s.htm
- http://web.educastur.princast.es/proyectos/jimena/pj_franciscga/Java/ph11s/springpendulum_s.htm (desde esta página puedes acceder al applet del resorte elástico y a una animación de David M. Harrison)
- http://www.dfists.ua.es/experiencias_de_fisica/index04.html