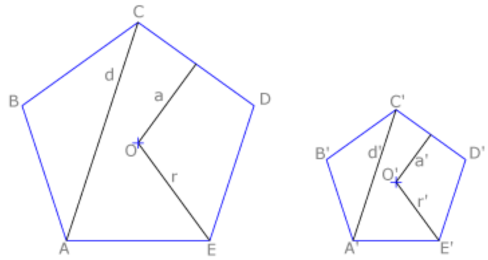
Exercicios de Semellanza

1. Polígonos semellantes

*Dous **polígonos** son **semellantes**, se teñen o mesmo número de lados, os ángulos homólogos iguais e os lados correspondentes proporcionais.*



$\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=\hat{D}=\hat{E}$ *e* $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{C'D'}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{D'E'}}=\frac{\overline{EA}}{\overline{E'A'}}=r$, ***r*** *chamase a **razón de semellanza***

1.1. Na escena varia a razón de semellanza, **r**, a 1.
   a. Como son os polígonos?
   b. Cambia de forma o polígono de cor verde.
   c. Que lle pasa o de cor azul?

1.2. Aumenta a razón de semellanza a 2, e compara ambos polígonos.
   a. Cal é maior?
   b. Calcula a medida dos lados do pentágono azul se os do verde foran 3,5,6,8 e 7.

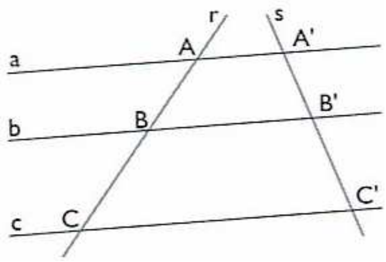
1.3. Repite o mesmo exercicio para r = 0.25

1.4. Unha fotografía de 9 cm de longo e 6 cm de alto ten arredor un marco de 2,5 cm de ancho. Son semellantes os rectángulos interior e exterior do marco? Responde razoadamente.

1.5. Nun mapa cuxa escala é 1:1500000, a distancia entre dúas cidades é 2,5 cm.
   a. Cal é a distancia real entre elas?
   b. Cal será a distancia nese mapa entre dúas cidades A e B cuxa distancia real é 360 km?

2. Teorema de Tales

Se se cortan varias rectas paralelas por dúas rectas transversais, os segmentos que determinan sobre as últimas son proporcionais. No exemplo que se presenta na escena seguinte, tres rectas paralelas son cortadas por dúas secantes r e s. Pódese comprobar qué o valor do cociente das medidas dos segmentos determinados nestas dúas rectas, son sempre iguais



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$$

2.1. Ao mover na escena A, A', C e C' , cambian os valores dos cocientes?

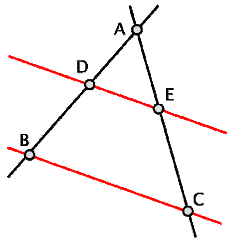
2.2. Ao mover na escena a recta paralela do medio, cambian os cocientes?

2.3. Ao desprazar na escena a paralela do medio hasta que os segmentos AB e BC sexan iguais.
  a. Son iguais A'B' e B'C' ?
  b. Ao mover as rectas r e s, mantense a igualdade?

2.4. No debuxo de arriba, sabemos que $\overline{AB} = 9\ cm, \overline{BC} = 12\ cm, \overline{A'B'} = 7'5\ cm$, atopa a lonxitude do segmento $\overline{B'C'}$

3. Consecuencia do Teorema de Tales

Ao trazar unha recta paralela a un lado dun triángulo, obtense outro triángulo semellante ao primeiro.

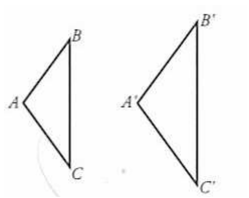


Os lados son proporcionais $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$ *e os ángulos son iguais.*

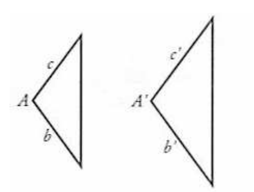
3.1. Nun triángulo de lados AB = 10 cm, AC = 12 cm e BC = 8 cm trazase unha paralela ao lado BC a unha distancia de 4 cm do vértice A, tomados sobre o lado AB, e que corta aos lados en D e E. Calcula as medidas AD, AE e DE.

4. Semellanza de triángulos: criterios de semellanza

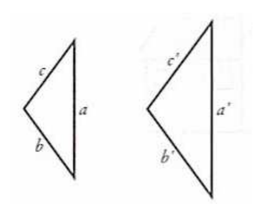
Para saber se dous triángulos son semellantes, non é necesario comprobar neles todas as condicións de semellanza,é dicir, que teñan os lados correspondentes proporcionais e os ángulos homólogos iguais. Será suficiente que cumpran algunha delas. Vexamos:



CRITERIO 1: *Dous triángulos son semellantes se teñen dous ángulos iguais.*



CRITERIO 2: *Dous triángulos son semellantes se teñen dous lados proporcionais e o ángulo comprendido igual.*



CRITERIO 3: *Dous triángulos son semellantes se teñen os lados proporcionais.*

4.1. Observa a escena da semellanza de triángulos. Pídese:

a. Para o criterios 1, calcula o ángulo que falta.
b. Para os criterios 2 e 3, realiza cálculos para comprobar que os lados son proporcionais. Atopa a razón de semellanza.

4.2. Si os triángulos son rectángulos, cales serian os criterios de semellanza? Fai un debuxo e escribe as condicións que teñen que cumprir.

4.3. Observa a escena da semellanza de triángulos rectángulos e calcula:

a. Para o criterio 2 fai os cálculos necesarios, para comprobar que os lados son proporcionais.
b. Para C2 calcula o lado que falta en cada triángulo da escena.
c. Para C1 calcula o ángulo que falta en cada triángulo da escena.

4.4. Un triángulo rectángulo pode ser semellante a un triángulo isóscele? E a un triángulo equilátero?

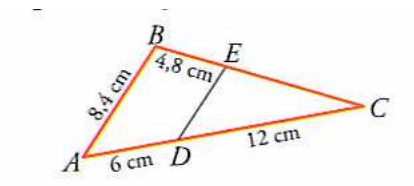
4.5. Razoa as seguintes afirmacións, indicando se son certas ou non.
a. Dous triángulos rectángulos son sempre semellantes.
b. Os triángulos **ABC** e **A'B'C'** que teñen o ángulo **C** igual a **C'** e os segmentos $\overline{AC} = 6\ cm, \overline{BC} = 8\ cm, \overline{A'B'} = 9\ cm, \overline{B'C'} = 12\ cm$ son semellantes

4.6. Dous triángulos equiláteros calquera son semellantes entre si? E dous polígonos regulares co mesmo número de lados?

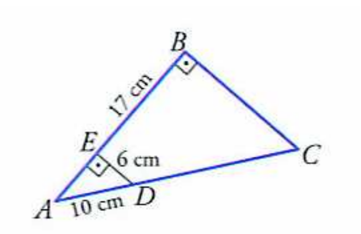
4.7. A razón de semellanza de dous triángulos é 2. Cal será a razón entre o perímetros de ditos triángulos?

4.8. O perímetro dun triángulo isóscele é 49 m e a súa base mide 21 m. Acha o perímetro doutro triángulo semellante, cuxa base mide 4 m. Cal é a razón de semellanza entre o triángulo maior e o menor?

4.9. Na figura, o segmento DE é paralelo a AB. Xustifica que os triángulos ABC e CDE son semellantes e calcula a medida dos segmentos DE e EC.



4.10. Por que son semellantes os triángulos ABC e AED?.Calcula o perímetro do trapecio EBCD.



4.11. Nun triángulo rectángulo, a relación entre os catetos é 3/4. Acha o perímetro doutro triángulo semellante no que o cateto menor mide 54 cm.

4.12. O perímetro dun triángulo isóscele é 64 m, e o lado desigual mide 14 m. Calcula a área dun triángulo semellante cuxo perímetro é de 96 m.

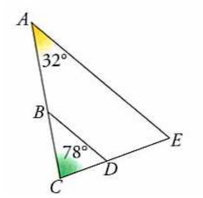
4.13. Dous triángulos ABC e PQR son semellantes. Os lados do primeiro miden 24 m, 28 m e 34 m. Calcula a medida dos lados do segundo triángulo sabendo que o seu perímetro é 129 m.

4.14. Se BD é paralelo a AE, e os segmentos AC, CE e BC miden 15 cm, 11 cm e 6,4 cm respectivamente.

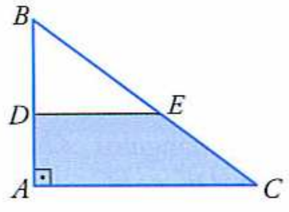
a. Calcula a medida do segmento CD.

b. Podemos saber canto mide o segmento AE sen medilo directamente?

c. Se Â = 32° e $\hat{C}$ = 78°, calcula os ángulos Ê, $\hat{B}$ e $\hat{D}$

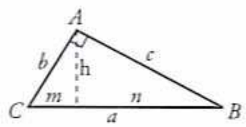


4.15. Os catetos do triángulo ABC (A = 90°) miden A B = 21 cm, AC = 28 cm. Desde o punto D, tal que AD = 9 cm, trázase unha paralela a AC. Acha a área e o perímetro do trapecio ADEC.



5. Teorema da altura

Teorema da altura: *O cadrado da altura sobre a hipotenusa é igual ao producto dos dous segmentos nos que a devandita altura divide a hipotenusa*



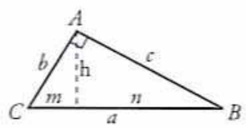
$$\boxed{h^2 = m \cdot n}$$

m *chámanse* ***proxección do cateto b sobre*** *a hipotenusa a , e n a* ***de c sobre a****.*

5.1. Se a altura sobre a hipotenusa dun triángulo rectángulo divide a esta en dous segmentos de medidas 7 e 4, aplica o teorema da altura para calcular o valor da altura.

6. Teorema do cateto

Teorema do cateto: *O cadrado dun cateto é igual ao producto da hipotenusa pola proxección do devandito cateto sobre a hipotenusa.*



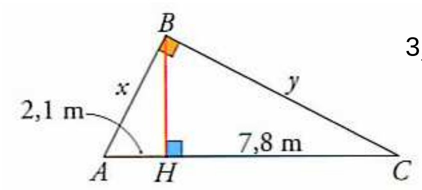
$$\boxed{b^2 = a \cdot m \qquad\qquad c^2 = a \cdot n}$$

6.1. Si a altura sobre a hipotenusa dun triángulo rectángulo divide a esta en dous segmentos de medidas 7 e 4, aplica o teorema do cateto para calcular os valores de cada un dos catetos.

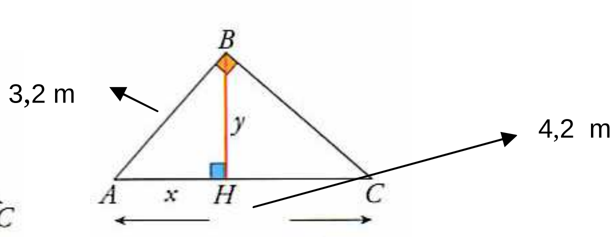
6.2. Calcula área de do triángulo anterior.

6.3. En cada un dos seguintes triángulos rectángulos trazouse a altura BH sobre a hipotenusa. Acha, en cada caso, os segmentos x e y.

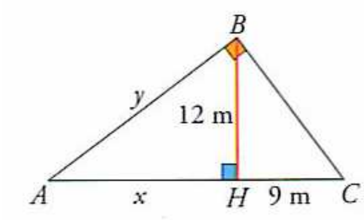
a.



b.



c.



6.4. Debuxa, en cada caso, un triángulo rectángulo e traza a súa altura sobre a hipotenusa.

a. Calcula a proxección do cateto menor sobre a hipotenusa se esta mide 50 cm e o cateto maior 40 cm.

b. A hipotenusa mide 25 cm, e a proxección do cateto menor sobre a hipotenusa 9 cm. Acha o cateto maior.

c. A altura relativa á hipotenusa mide 6 cm, e a proxección do cateto menor sobre a hipotenusa, 4,5 cm. Acha a hipotenusa.

6.5. Un dos catetos dun triángulo rectángulo mide 12 m e a súa proxección sobre a hipotenusa mide 7,2 m. Calcula a área e o perímetro do triángulo.

7. Áreas de figuras semellantes

7.1. ¿Son semellantes as dúas figuras da escena?¿Por qué?

7.2. Asigna o valor 2 á razón de semellanza, r. ¿Qué significa que a razón de semellanza entre as dúas figuras sexa 2?

7.3. Cal é a razón entre as áreas das dúas figúrasnos seguintes casos:

a. Se a razón de semellanza, r, é 2.
b. Se r=3.
c. Se r=4

7.4. Intenta deducir unha fórmula que nos dea a relación que hai entre as áreas de dúas figuras semellantes de razón de semellanza r**.**

7.5. Dun rombo as diagonais miden 275 cm e 150 cm, que área ocupará nun plano de escala 1:25?

8. Volume de figuras semellantes

8.1. ¿Son semellantes as dúas figuras da escena? ¿Por qué?

8.2. ¿Cómo se calcula o volume dun cubo coñecendo a lonxitude da súa arista? Calcula os volúmenes dun cubo de 10 cm de aresta e outro de 30 cm , e comproba na escena si os resultados que obtiveches son correctos. Que relación hai entre ditos volumes.

8.3. Se un cubo é o dobre de alto, ancho e largo que outro, ¿son semellantes as figuras?, ¿qué relación haberá entre os seus volumes? ¿Será tamén o dobre? Calculalo.

8.4. Intenta deducir unha fórmula que nos dea a relación que hai entre os volumes de dúas figuras semellantes de razón de semellanza r.

8.5. Unha maqueta está feita a escala 1:250. Calcula:
   a. As dimensións dunha torre cilíndrica que na maqueta mide 6 cm de altura e 4 cm de diámetro.
   b. A superficie dun xardín que na maqueta ocupa 40 cm^2.
   c. O volume dunha piscina que na maqueta caben 20 cm^3 de auga.

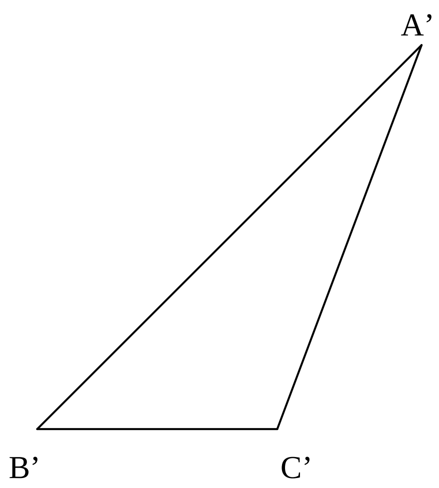
8.6. A razón de semellanza entre dous triángulos é 2/5. Se a área do maior é 150 cm^2, cal é a área do menor?

8.7. Os lados maiores de dous triángulos semellantes miden 8 cm e 13,6 cm, respectivamente. Se a área do primeiro é 26 cm^2, cal é a área do segundo?

8.8. As áreas de dous triángulos isósceles semellantes son 48 m^2 e 108 m^2. Se o lado desigual do primeiro triángulo é 12 m, cal é o perímetro do segundo?

9. Aplicacións semellanza

9.1. Desde a miña casa, situada nun punto C', vexo un deposito de auga, situado nun punto A', e quero saber a que distancia se atopa.



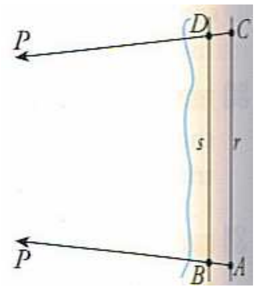
Para iso busco un lugar, situado nun punto B’, a 45 m da casa, desde o que se vexa o deposito da auga.

Os tres puntos forman un triángulo A'B'C', mido os ángulos que forman a visual do deposito desde B' e desde C' coa horizontal, 62º e 105º respectivamente.

Coa axuda da escena constrúe un triángulo onde, o ángulo B=62º, o ángulo C=105º e o lado BC a medida que queiras.
Contesta:
a. ¿Como son os triángulos ABC e A’B'C'?
b. Calcula a distancia da casa o deposito.

9.2. Desde un lugar dunha praia vese unha batea, o ángulo que forma a visual de dita batea coa horizontal é de 75º, se camiñamos cara a dereita 58 m, o ángulo cambia a 98º. Que distancia hai desde o primeiro lugar da praia ata a batea?

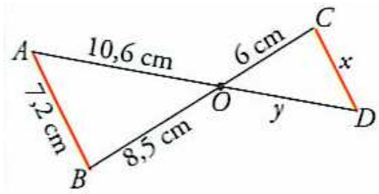
9.3. Queremos calcular a distancia que hai desde un punto A da praia a unha pedra P que se ve ao lonxe. Para iso, trazamos unha recta r que pasa por A e unha paralela a ela s. Desde A observamos P nunha liña que corta a s en B. Desde outro punto da praia , C, facemos o mesmo e obtemos D. Medimos os segmentos: AB=7.5 m, AC=59 m, BD=57,5 m. Cal é a distancia de A a P?



9.4. Observa o debuxo, no que AB e CD son paralelos.

a. Son semellantes os triángulos OAB e ODC? En caso afirmativo, por que?

b. Calcula x e y



9.5. Calcula a altura dunha arbore que proxecta unha sombra de 7, 22 m no momento en que un poste de 1,60 m da unha sombra de 67m.