



UNITAT DIDÀCTICA: EQUACIONS DE LA RECTA

<http://www.xtec.net/iesjbau/edabau2008/index.htm>

1. EQUACIONS DE LA RECTA

L'equació d'una recta r és una expressió que determina les coordenades de tots els punts P de la recta. Hi ha diferents maneres d'expressar-la com veurem a continuació.

1.1. EQUACIÓ VECTORIAL DE LA RECTA

Un punt $A(x_a, y_a)$ i un vector $v(v_1, v_2)$ determinen una única recta r al pla, és a dir només hi ha una recta que passa pel punt A i té com a direcció la del vector v .

L'equació vectorial de la recta és:

1.- En aquesta escena tens representada la recta que passa pel punt A i que té com a direcció la del vector v . Podries indicar quines són les coordenades de A i les components de v ?

2.- Escriu l'equació vectorial d'aquesta recta i troba els punts corresponents a $t=1$, $t=-2$ i $t=3$. Comprova els resultats en l'escena.

3.- a) Si el punt $P(-2,2)$ pertany a aquesta recta, quin serà el valor de t ? b) El punt $(5,4)$ pertany a aquesta recta?. Comprova els resultats en l'escena

4.- Escriu l'equació vectorial de la recta que passa pel punt $(1, 3)$ i té com a vector director $v = (-2, 3)$. Comprova els resultats en l'escena.

5.- En l'escena troba la recta que passa pel punt $A(-1, 4)$ i que té com a vector director. a) $v = (-2, 1)$ b) $v = (2, -1)$. Com són aquestes rectes?

6.- Repeteix l'exercici anterior amb el punt $A(-3, -3)$ i els vectors $v = (5, 2)$ i $v = (-5, -2)$. Si cal pots modificar els controls $0.x$ i $0.y$ perquè es vegi bé.

7.- Escriu el què en dedueixis dels exercicis 5 i 6.

8.- Prova a l'escena valors del vector $v = (a, 0)$ i $v = (0, b)$ i escriu el què observes.

1.2. EQUACIONS PARAMÈTRIQUES DE LA RECTA

Si en l'equació vectorial de la recta $(x,y) = (x_a,y_a) + t (v_1,v_2)$ igualem les coordenades per separat obtenim dues equacions, que anomenarem equacions paramètriques de la recta:

9.- En aquesta escena tornem a representar la recta que passa pel punt A i que té com a direcció la del vector v. Podries indicar quines són les coordenades de A i les components de v ?

10.- Escribe l'equació vectorial i les equacions paramètriques d'aquesta recta i troba els punts corresponents a $t=1$, $t=-2$ i $t=3$. Comprova els resultats en l'escena.

11.- a) Si el punt P(4,4) pertany a aquesta recta, quin serà el valor de t ? .Comprova els resultats en l'escena

12.- Les equacions paramètriques d'una recta r són: $x = -5 + 2t$, $y = 1 - 3t$. Troba: a) 3 punts d'aquesta recta. b) un vector director de r.

13.- Determina les equacions vectorial i paramètriques de la recta que passa pel punt P(-2,3) i té com a vector director $v = (1,-5)$. Troba 2 punts més d'aquesta recta i representa-la gràficament. Comprova els resultats en l'escena

1.3. EQUACIÓ CONTÍNUA DE LA RECTA.

Si a les equacions paramètriques s'aïlla el paràmetre i s'igualen les expressions s'obté l'equació contínua de la recta:

14.- En aquesta escena representem la recta que passa pel punt A i que té com a direcció la del vector v . Quines són les components de v ?

15.- Escriu a la llibreta l'equació contínua de la recta que passa pel punt $P(-3,5)$ i té vector director el vector $v=(3,-1)$. Comprova els resultats en l'escena.

16.- Troba l'equació contínua de la recta que conté el punt $(-3,6)$ i té com a vector director $v=(1,2)$.

1.4. EQUACIÓ GENERAL DE LA RECTA.

Si a l'equació contínua s'eliminen els denominadors i s'agrupen termes semblants, s'obté l'equació general de la recta:

17.- Si modifiqueu els controls numèrics de l'escena, observareu com canvia la recta que hi ha representada, així com la seva equació.

18.- Escriu a la llibreta les components d'un vector perpendicular a les rectes d'equació:

a) $2x-3y+1=0$

b) $x+2y-2=0$

c) $-2x+5y+1=0$

Comprova els resultats en l'escena.

Exercicis del llibre : pàg. 144-145/ 14, 15, 16, 17, 18 i 19

1.5. INCLINACIÓ I PENDENT D'UNA RECTA .

Anomenem inclinació d'una recta a l'angle que forma la recta amb la direcció positiva de l'eix d'abscisses. Aquest angle sempre serà entre 0° i 180° . I el pendent m d'una recta és la tangent trigonomètrica de la inclinació : $m = \operatorname{tg} \alpha$

19.- Completeu el quadre següent anotant el valor de la inclinació corresponent als 6 valors de pendent que vulguis (tria valors positius i negatius):

Pendent	Inclinació

20.- A la vista dels resultats, contesta:

a) Entre quins valors varia la inclinació quan el pendent és positiu?.

b) Entre quins valors varia la inclinació quan el pendent és negatiu?

1.6. RELACIÓ ENTRE VECTOR DIRECTOR I EL PENDENT D'UNA RECTA.

El pendent d'una recta està relacionat amb el vector director. Si una recta té com a vector director $v = (a, b)$, el pendent d'aquesta recta serà:

21.- Clica amb el ratolí sobre el punt P i arrossegant-lo mou l'escena. Explica el què succeeix.

22.- Canvia el valor del control tamany, què passa amb la recta?. Varia el vector director? I el pendent de la recta?

23.- Ara canvia el valor del pendent, què passa amb la recta? I amb el vector director?

24.- Dibuixa en el teu quadern una recta que passi pel punt (3,4) i que tingui 0.5 de pendent. Comprova els resultats en l'escena

25.- Dibuixa una recta que passi pel punt (0,0) i que tingui com a vector director el (-2, 3). Comprova els resultats en l'escena

1.7. EQUACIÓ PUNT-PENDENT DE LA RECTA .

A partir de l'equació contínua de la recta que passa pel punt $P(x_p, y_p)$ i té com a vector director $v(v_1, v_2)$, podem aïllar $y - y_p$: $y - y_p = v_2/v_1 (x - x_p)$

26.- Observa aquesta escena, modifica els valors del punt P de coordenades x_p i y_p i del pendent m . Indica les teves conclusions a la teva llibreta.

27.- Al teu quadern, troba i representa l'equació punt-pendent de la recta que passa pel $P(-3,2)$ i té com a pendent $m = 1.5$. Troba un vector director d'aquesta recta. Quina és la seva inclinació ?. Comprova els resultats en l'escena situant els valors adequats per a P i m.

28.- Troba l'equació de la recta que passa per:

- a) A i té com a pendent $m = -1/2$
- b) B i té com a pendent $m = 0$
- c) C i té com a pendent $m=1/2$

1.8. EQUACIÓ EXPLÍCITA DE LA RECTA.

L'equació explícita de la recta és $y = mx + n$, a la que podem arribar a partir de l'equació punt-pendent aïllant la y i efectuant els termes semblants. El valor n s'anomena ordenada en l'origen i representa la distància des de l'origen de coordenades al punt de tall de la recta amb l'eix d'ordenades.

29.- Observa aquesta escena, modifica els controls m i n per veure els efectes sobre la recta . Indica les conclusions a la teva llibreta.

30.- Troba l'equació en forma explícita de la recta que passa pel punt (1,5) i té 2 de pendent. Representa aquesta recta i raona si el punt (3,2) pertany a aquesta recta. Comprova els resultats en l'escena.

31.- L'equació explícita d'una recta és $y=mx+n$. Completa la taula següent, suposant que la recta passa pel punt que s'indica i que es coneix m o n segons cada cas.

Punt	m	n	$y=mx+n$
A		-2	
B	1		
C		0	

**Exercicis del llibre : pàg. 146-147/ 20, 21, 22, 23, 24 i 25
pàg. 153 / 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70 i 71**

2. INCIDÈNCIA I PARAL·LELISME DE RECTES

2.1 POSICIÓ RELATIVA DE DUES RECTES

Al pla, dues rectes poden ser paral·leles, coincidents o secants.

Paral·leles: si tenen la mateixa direcció i sense cap punt en comú

Coincidents: si tenen la mateixa direcció i tots els punts són comuns

Secants: si les seves direccions són diferents i tenen un únic punt en comú, que és el punt de tall de les dues rectes.

1.- En aquesta escena les dues rectes representades es tallen en un punt. Determina les coordenades del punt de tall resolent el sistema format per les dues equacions. Comprova els resultats en l'escena

2.- Trobeu, resolent el sistema d'equacions i comprovant el resultat a l'escena el punt de tall de les rectes d'equacions

a) $2x-y=4$ i $3x+y=1$

b) $x-y=1$ i $x+2y=4$

c) $3x-2y=5$ i $x-2y=3$

2.2 ESTUDI DE LA POSICIÓ RELATIVA DONADES LES EQUACIONS VECTORIALS

Per tal que dues rectes siguin paral·leles cal que els vectors directors d'una recta siguin equipolents als de l'altra, per tant, amb les mateixes components.

3.- Observa aquesta escena, modifica els controls v_1 i v_2 per a veure que sobre dues rectes paral·leles hi ha vectors equipolents, és a dir, amb les mateixes components.

4.- Amb l'ajut de l'escena escriu a la teva llibreta l'equació vectorial de la recta que passa pel punt (3,4) i és paral·lela a la recta d'equació vectorial $(x,y)=(1,1)+t(2,-1)$

5.- Amb l'ajut de l'escena escriu a la teva llibreta les equacions paramètriques de la recta que passa pel punt (1,2) i és paral·lela a la recta d'equació vectorial $(x,y)=(2,0)+t(2,1)$

2.3 ESTUDI DE LA POSICIÓ RELATIVA DONADES LES EQUACIONS GENERALS

Si es coneixen les equacions generals de dues rectes, quines condicions han de verificar per tal que les rectes siguin paral·leles ?

6.- Estudia la posició relativa de les parelles de rectes següents:

a) r) $3x + y - 7 = 0$, s) $3x + y + 5 = 0$

b) r) $x + y - 3 = 0$, s) $2x + 2y - 6 = 0$

c) r) $x + 3y - 4 = 0$, s) $x + 2y + 5 = 0$

Comprova els resultats en l'escena

7.- Indica quina és la relació que han de verificar les equacions de les rectes :
 $Ax+By+C=0$, $A'x+B'y+C'=0$ perquè:

- a) siguin secants
- b) siguin paral·leles
- c) siguin coincidents

8.- Trobeu el punt d'intersecció de les rectes d'equacions:

a) $x-y=1$, $2x-y=3$

b) $2x+3y=1$, $x+y=1$

2.4 ESTUDI DE LA POSICIÓ RELATIVA DONADES LES EQUACIONS EXPLÍCITES

Si es coneixen les equacions generals de dues rectes, quines condicions han de verificar per tal que les rectes siguin paral·leles ?

9.- A l'escena hi ha representada la recta d'equació explícita $y=2x+3$ i una segona recta, de color verd, d'equació $y=mx+n$. Modifica els controls m i n fins que les rectes siguin paral·leles. Tenen el mateix pendent?

10.- Comprova modificant els controls i l'equació $y=2x+3$ que les rectes següents són paral·leles:

a) $y=-x+3$, $y=-x+5$

b) $y=4x+2$, $y=4x-3$

11.- Escriu les equacions de dues rectes paral·leles a la recta d'equació $y=3x-2$. Comprova els resultats en l'escena

2.5 EQUACIÓ D'UNA RECTA PARAL·LELA A UNA DE DONADA

12.- Troba l'equació de la recta que passa per A i és paral·lela a les rectes que passen pels punts:

a) P(0,0) i Q(-2,1)

b) P(3,1) i Q(0,-1)

c) P(-1,2) i Q(2,1) Comprova els resultats en l'escena