



## Experimentación con Descartes na Aula. Galicia 2008

### Follas de traballo

Se traballará coas páxinas web da unidade á vez que se completan as follas de traballo, e se realizarán as actividades propostas que aparecen tanto nas páxinas como nas follas de traballo.

A continuación móstrase a páxina de inicio da unidade didáctica de *inecuacións*, cos distintos apartados que conforman a unidade e as follas de traballo.

The image shows the index page of the 'Descartes 3D Algebra' website. At the top left is the logo 'Descartes 3D' with 'Algebra' written below it. The main heading is 'ÍNDICE'. Below it are two sub-headings: 'Introducción' and 'Objetivos'. The 'Objetivos' section contains a list of nine numbered items, each with a blue underlined link to a specific topic.

**ÍNDICE**

[Introducción](#)

[Objetivos](#)

- [Desigualdades e inecuaciones.](#)
- [Clasificación](#)
- [Propiedades de las desigualdades](#)
- [Repaso de la función afín](#)
- [Resolución de inecuaciones.](#)
- [Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con una incógnita](#)
- [Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con denominadores](#)
- [Repaso de la función cuadrática](#)
- [Inecuaciones de 2<sup>o</sup> grado con una incógnita](#)
- [Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas](#)
- [Sistemas de dos inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas](#)

## INECUACIONES

### INTRODUCCIÓN

En este tema trataremos los siguientes aspectos:

- Concepto de desigualdad y de inecuación.
- Repaso de la función afín
- Resolución de inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con una incógnita.
- Repaso de la función cuadrática
- Resolución de inecuaciones de 2<sup>o</sup> grado con una incógnita.
- Repaso de la resolución gráfica de las ecuaciones con dos incógnitas
- Inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas.
- Sistemas de dos inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas.

Se requieren los siguientes conocimientos previos

- Resolver ecuaciones de 1<sup>er</sup> y 2<sup>o</sup> grado con una incógnita
- Representar intervalos en la recta real
- Conocer el plano cartesiano
- Manejar la representación de funciones afines y cuadráticas

### OBJETIVOS

- Reconocer las inecuaciones.
- Clasificar las inecuaciones atendiendo a su grado y el número de incógnitas.
- Relacionar las inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con una incógnita con las gráficas de funciones afines.
- Resolver inecuaciones de 1<sup>er</sup> con una incógnita.
- Relacionar las inecuaciones de 2<sup>o</sup> grado con una incógnita con las gráficas de las funciones cuadráticas.
- Resolver inecuaciones de 2<sup>o</sup> grado con una incógnita.
- Resolver gráficamente inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas
- Resolver gráficamente sistemas de dos inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado con dos incógnitas

Nombre: \_\_\_\_\_

## DESIGUALDADES E INECUACIONES. CLASIFICACIÓN

### DESIGUALDADES:

Expresiones \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Vemos que hay desigualdades en las que solamente aparecen números y otras en las que además aparecen letras.

### INECUACIONES:

Son \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Las letras son las variables o incógnitas de las inecuaciones.

### CLASIFICACIÓN DE LAS INECUACIONES

Las inecuaciones se clasifican atendiendo al número de incógnitas y al grado de la expresión algebraica que aparece en ellas.

### SÍMBOLOS DE DESIGUALDAD

$<$     $>$     $\leq$     $\geq$

### Ejemplos de desigualdades:

$$\begin{aligned} 3 &< 7 \\ -2 &> -5 \\ x &\leq 2 \\ x-3 &\geq y \end{aligned}$$

### Ejemplos de inecuaciones:

$$\begin{aligned} x &\leq 2, \\ x-3 &\geq y \\ x^2-5x &\leq 4 \\ xy-3 &> 0 \end{aligned}$$

INECUACIÓN	TIPO
$2x-3 > x-5$	
$x-3 \geq y$	
$x^2-5x \leq 4$	
$xy-3 > 0$	

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. De las siguientes desigualdades di cuáles son inecuaciones indicando su grado y número de incógnitas:

Desigualdad	Inecuación	Grado	Incógnitas
$2x \leq -2$			
$-3 \geq 2$			
$x^2y > 1$			
$x^2-5y \leq 0$			
$2x-2y \geq 2(x-y)$			
$4(x-3) -2 < 2(x-1)$			
$x-y^2 < 2x-y$			
$3x^3+2y \geq x^2$			

Nombre: \_\_\_\_\_

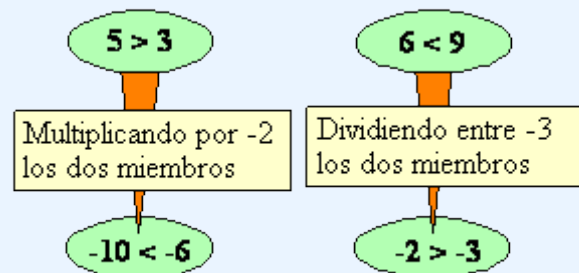
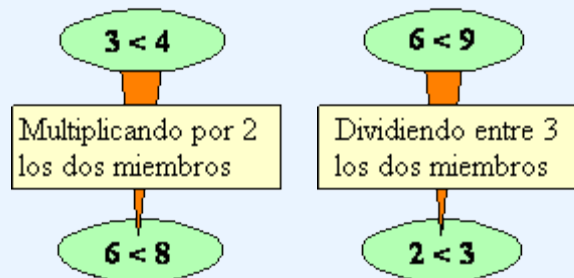
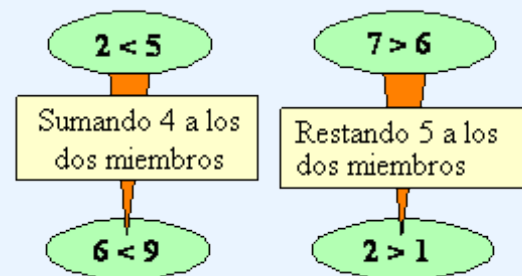
## PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

Si sumamos o restamos un mismo número a los dos miembros de una desigualdad,

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número negativo,

### Ejemplos



## ACTIVIDADES PROPUESTAS

Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala escribiendo en la columna derecha el resultado de aplicarle a los dos miembros de la desigualdad de la 1ª columna la operación indicada en la segunda:

$x-3 > 5$	Sumar 3	
$x+7 > 8$	Restar 7	
$4x < 12$	Dividir entre 4	
$-2x \geq 8$	Dividir entre (-2)	
$x-9 > -2$	Sumar 9	
$-3x \leq 9$	Dividir entre -3	

Nombre: \_\_\_\_\_

## REPASO DE LA FUNCIÓN AFÍN

Recordamos que la función afín es la que viene dada por una expresión de la forma \_\_\_\_\_

Un caso particular es el de la función lineal, cuya expresión es: \_\_\_\_\_

En la escena vemos la gráfica de la función afín:

$$y = 2x - 3$$

Observa cómo cambia la recta al variar los valores de "m" y "n". Fíjate que también varían las zonas del eje OX de color "azul" y "verde".

### Contesta en tu cuaderno:

1. ¿Qué valor hace que cambie la inclinación de la recta?
2. ¿Cómo es la recta cuando  $m > 0$ ?, ¿y cuando  $m < 0$ ?
3. ¿Qué indica el valor de "n"?
4. ¿Qué representa la 1ª coordenada del punto P?, ¿y la 2ª?

Observa en la escena la recta  $y = 2x - 3$  y dibújala a continuación.

**Contesta**

5. ¿Para qué valores de “x” resulta  $2x - 3 = 0$ ?

6. ¿Para qué valores de “x” resulta  $2x - 3 > 0$ ?

7. ¿Para qué valores de “x” resulta  $2x - 3 < 0$ ?

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Repite las cuestiones 5, 6 y 7 para las expresiones siguientes. Utiliza la escena para ver la gráfica de las funciones afines correspondientes a cada caso.

Expresión	Valores de x para los que es $< 0$	Valores de x para los que es $= 0$	Valores de x para los que es $> 0$
$2x+6$			
$3x-2$			
$5x+8$			
$7x$			
$-x+4$			
$-2x-5$			
$-4x$			
$15x-25$			

2. En la escena siguiente verás en la zona izquierda una recta y en la derecha una ecuación. Si coinciden pulsa sobre el botón "sí", en caso contrario pulsa sobre "no". Repite hasta completar el ejercicio. Vete a notando los resultados de tus intentos.

Intento	Nota
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	



Nombre: \_\_\_\_\_

### RESOLVER UNA INECUACIÓN

Consiste en buscar el valor o valores de la(s)

---

---

---

**Ejemplo:** Inecuación:  $x - 3 > 2$

Sumando 3 a ambos miembros, obtenemos:

$$x > 5$$

### SOLUCIONES DE UNA INECUACIÓN

---

---

---

*Soluciones:* Todos los números reales mayores que 5, es decir:

$$x \in (5, \infty)$$

### INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Las inecuaciones de 1er grado con una incógnita son las que responden a las siguientes formas básicas:

---

Resolución: Se representa la función afín  $y = ax + b$ , y se observa donde  $ax + b$  tiene el signo que se pide en cada caso.

**Ejemplo:** Resolvamos la inecuación:  $2x - 3 \leq 0$

Representa la función  $y = 2x - 3$

#### Contesta:

1. ¿Para qué valor de "x" resulta  $2x - 3 = 0$ ?  
Expresa el resultado en forma decimal y en forma de fracción.

2. ¿Para qué valores de "x" resulta  $2x - 3 < 0$ ?

---

---

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las funciones correspondientes en cada caso:

<b>Inecuación</b>	<b>Solución</b>
$2x+6 < 0$	
$3x - 2 \geq 0$	
$5x + 8 \leq 0$	
$7x < 0$	
$-x + 4 < 0$	
$-2x - 5 \geq 0$	
$-4x \geq 0$	
$15x - 25 \leq 0$	

Nombre: \_\_\_\_\_

## INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

Al igual que en las ecuaciones, también pueden presentárenos inecuaciones con paréntesis y denominadores. Para resolverlas obtendremos inecuaciones equivalentes a la dada pero con expresión cada vez más sencilla, hasta llegar a una de las formas conocidas.

El proceso a seguir es el mismo que para las ecuaciones:

1º.- \_\_\_\_\_

2º.- \_\_\_\_\_

3º.- \_\_\_\_\_

(hasta obtener una inecuación de una de las formas básicas).

4º.- \_\_\_\_\_

**Ejemplo:** Resolvamos la inecuación:

$$\frac{5x-3}{4} + 2(x+1) < \frac{8x+9}{3}$$

**1º.- Quitamos paréntesis****2º.- Quitamos denominadores****3º.- Reducimos términos semejantes****4º.- Resolvemos la inecuación**

## ACTIVIDADES PROPUESTA

Resuelve las siguientes inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado:

a)  $6x - 3 > 5x - 7$

b)  $-(x - 9) \leq -2(x - 3) + 5$

c)  $-2(x - 2) + 5 \leq 4(2x - 7) - 3$

d)  $6(2x - 1) - 7 \leq -2(5x - 2) + 5x$

e)  $10x - 9(2x + 1) - 3x > 5(x - 5)$

f)  $(x - 2)(x + 3) \leq x(x - 1) - 8$

g)  $\frac{2x+1}{3} < \frac{-x+2}{4} - 2$

h)  $\frac{x-7}{6} > \frac{x}{4} - \frac{x+2}{3} - 1$

i)  $\frac{x-3}{2} + 4 < \frac{x+9}{3}$

j)  $\frac{x+2}{4} - \frac{x-1}{6} < \frac{x+2}{3} - 1$

$$\text{k) } \frac{3}{8} - \frac{x-1}{3} < \frac{x-3}{12} - \frac{2x-5}{8}$$

$$\text{l) } \frac{-x-3}{6} - \frac{x+4}{9} \leq -1 - \frac{x+4}{12}$$







## ACTIVIDADES PROPUESTAS

Repita las cuestiones 3, 4 y 5 para las expresiones siguientes:

<b>Expresión</b>	<b>Para qué valores de “x” resulta &lt; 0</b>	<b>Para qué valores de “x” resulta = 0</b>	<b>Para qué valores de “x” resulta &gt; 0</b>
$y = x^2 - 5x + 6$			
$y = 2x^2 - x + 3$			
$y = 3x^2 + 4x + 1$			
$y = 4x^2 + 4x + 1$			
$y = x^2 - 2x + 1$			
$y = 2x^2 + 3x - 5$			
$y = -x^2 - 8x + 9$			
$y = 3x^2 + x + 2$			
$y = -3x^2 + 5x - 2$			
$y = x^2 + 7x$			

Nombre: \_\_\_\_\_

**INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA**

Las inecuaciones de 2º grado con una incógnita son las que se presentan según alguna de las siguientes formas básicas:

**Resolución:** Se hace la gráfica de la función cuadrática  $y = Ax^2 + Bx + C$ , y se observa donde  $y = Ax^2 + Bx + C$  tiene el signo que se pide en cada caso.

**Ejemplo:** Resolvamos la inecuación:  $2x^2 - 3x + 1 \leq 0$

Representa la función  $y = 2x^2 - 3x + 1$

**Contesta:**

1. ¿Para qué valor de "x" resulta  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ?
2. ¿Para qué valores de "x" resulta  $2x^2 - 3x + 1 < 0$ ?

*Recuerda que para observar más de cerca la gráfica puedes variar el zoom de la escena pulsando sobre el botón derecho del ratón y arrastrando hacia arriba para acercarte y hacia abajo para alejarte.*

Si respondemos correctamente a las cuestiones planteadas obtenemos las soluciones de la inecuación:

$$x \in [0,5 ; 1]$$

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las funciones correspondientes en cada caso:

a)  $x^2 - 5x + 6 < 0$

b)  $2x^2 - x + 3 \geq 0$

c)  $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$

d)  $x^2 + 7x < 0$

e)  $2x^2 + 3x - 5 < 0$

f)  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

g)  $-x^2 - 8x + 9 > 0$

h)  $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$

Nombre: \_\_\_\_\_

## INECUACIONES DE 1<sup>er</sup> GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Recuerda que una ecuación con dos incógnitas de la forma  $ax+by+c = 0$  tiene

\_\_\_\_\_, que son \_\_\_\_\_

Gráficamente si representamos en el plano de coordenadas esos infinitos puntos, resulta

\_\_\_\_\_.

**Ejemplo:** En la siguiente escena vemos en color rojo la solución gráfica de la ecuación  $3X - 2Y - 3 = 0$

*Utilizando el ratón, mueve el punto P.*

*Observa que debajo de la ecuación de la recta aparece el valor que toma la expresión  $ax+by+c$  si sustituimos  $x$  e  $y$  por las coordenadas del punto P.*

### **Contesta:**

1. ¿Qué signo tiene el valor de la expresión cuando el punto P pertenece a la recta?
2. ¿Qué signo tiene el valor de la expresión cuando el punto P está en la zona superior de la recta? ¿y en la inferior?
3. Modifica los valores de "a", "b" y "c" para tener la recta:  $3x+5y-1 = 0$  y vuelve a mover el punto P.
4. Repite con esta recta las cuestiones 1 y 2.

Observamos que toda recta divide al plano en \_\_\_\_\_. Cualquier punto que se substituya en la expresión dará siempre un resultado que será:

- \_\_\_\_\_, para todos los puntos de uno de los lados
- \_\_\_\_\_, para los del otro lado
- \_\_\_\_\_, para los puntos de la recta.

## RESOLUCIÓN DE LAS INECUACIONES DE 1<sup>er</sup> GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Las inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas son las de alguna de las siguientes formas básicas:

---

**Resolución:** Se hace la gráfica de la recta  $ax + by + c = 0$ , y se busca cuál es la zona donde  $ax + by + c$  tiene el signo que se pide en cada caso.

**Ejemplo:** Resolvamos la inecuación:  $x - 2y + 3 \leq 0$

Dibuja la gráfica de la recta  $x - 2y + 3 = 0$

Buscamos la zona correspondiente probando con un punto.

El más fácil es el (0,0), resultando:

$$\text{Valor} = 0 - 2 \cdot 0 + 3 = 3 > 0$$

Por tanto la zona es "la que contiene al (0,0)".

*En la escena, para elegir la zona correspondiente, pulsa en el botón "zona" y elige "1" o "2" para cambiar de una a otra.*

Observa que en este caso también se incluye la propia recta y por eso se dibuja con una línea continua. Cuando la desigualdad sea estricta, es decir, "<" o ">", la recta la dibujaremos con trazo más fino o discontinuo..

*En la escena, para indicar que la recta está incluida elige "SI" en el pulsador "recta". Si no está incluida elige la opción "NO"*

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. (Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las rectas correspondientes en cada caso, Haz también las gráficas en tu cuaderno):

a)  $x - 2y - 3 > 0$

b)  $2x - y \leq 6$

c)  $2x + y > 5$

d)  $3x - y \geq 0$

e)  $-x + 4y < 3$

f)  $2x - 3y \leq -1$

g)  $3x - 2y \leq 13$

h)  $x - 5y \geq 0$



Nombre: \_\_\_\_\_

## SISTEMAS DE DOS INECUACIONES DE 1<sup>er</sup> GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Un **sistema lineal de inecuaciones con dos incógnitas** es un conjunto de inecuaciones lineales con dos incógnitas que deben verificarse simultáneamente.

Las soluciones del sistema son los valores de  $x$  e  $y$  que satisfacen a la vez todas las inecuaciones.

**Resolución:** Consideremos el sistema formado por dos inecuaciones lineales con dos incógnitas.

Representamos en la figura los semiplanos solución de ambas inecuaciones. Las soluciones del sistema son las coordenadas de los puntos que pertenecen a la vez a los dos semiplanos solución.

**Ejemplo:** Resolver el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + 3 \geq 0 \\ 2x + 3y - 1 < 0 \end{array} \right\}$$

1º. Hacemos, en un mismo sistema de referencia, las gráficas de las rectas:

$$\begin{array}{l} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{array}$$

2º. Rayamos las zonas correspondientes a los puntos solución de cada una de las inecuaciones.

La solución del sistema será \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

que en el gráfico corresponde \_\_\_\_\_

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones. Utiliza la escena para ver las gráficas de las funciones correspondientes y dibújalas después.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + y > 5 \\ 3x - y \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x - 2y - 3 > 0 \\ 2x - y + 6 \leq 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} -x + 4y < 3 \\ 2x - 3y \leq -1 \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2y \leq 13 \\ x - 5y \geq 0 \end{array} \right\}$$